

## GPS 衛星雙頻雙碼訊號於汽車導航定位上之應用

徐博賢

嘉南藥理科技大學 應用空間資訊系

### 摘要

由於 IGS 組織對所提供之衛星星曆與鐘差改正精度，已大幅提升，現在之星曆差已小於 5 公分、鐘差小於 0.1ns，即使是推估精度星曆差亦小於 10 公分、鐘差小於 5ns，因此對於需高精度星曆之精密單點定位，相當有助益。對於精度要求較高之汽車導航，則應用空間將更為廣泛。自 2005 年九月美國國防部開始部署新一代 GPS Block IIR-M 型衛星起，至今此類衛星已有 6 顆在天空運行，對民間使用者而言，它最大之吸引力為增加第二民用碼 L2C，它可有效處理有關大氣層對信號產生折射的問題，以及正確解算週波未定值。此項發展，對於需精密定位精度之測量，提供了相當良好的工具。

本研究僅針對 L1C 與 L2C 結合解算之可行性，作深入之探討，以及與僅有 L1C 之解算精度作一比較，驗證雙頻雙碼結合之優越性。

關鍵字：雙頻雙碼、單點定位、虛擬距離、載波相位、電離層折射

### Using GPS dual-code & frequency signals for Mobile Navigation

Hsu, Po-Hsien

Department of Applied Geoinformatics, Chia Nan University of Pharmacy & Science, Tainan, Taiwan 71710, R.O.C.

### Abstract

The International GNSS Service (IGS) has been providing the most precise satellite ephemerides and clock collection (ephemeris error  $< 5\text{cm}$ , clock error  $< 0.1\text{ns}$ ), even the predicted ephemeris and clock data (ephemeris error  $< 10\text{cm}$ , clock error  $< 5\text{ns}$ ) available from IGS in real time are improved dramatically. It has the benefit for increasing the accuracy of precise point positioning (PPP). The success of this technique will provide a more flexible operation for precise positioning.

The new generation GPS satellite Block-IIR-M launched at Sept. 26, 2005. Up to now, there are at least 6 operation satellites of Block-IIR-M in the sky. The new era of dual frequencies dual codes is coming. It will improve the accuracy and reliability of satellite positioning dramatically. Since the declaration of Initial Operation Capability (IOC) of GPS in 1993, the anti-spoofing (AS) has come into operation. It makes trouble for precise positioning. For overcome those problems, the special techniques of signal processing were developed, such as, squaring technique. The navigation signals broadcast of the Block-IIR-M satellites will increase the second civilian signal L2C. It is the good news for people who want to improve the reliability of positioning. The new civilian signals include two carrier phase (L1 and L2) and two codes (L1C and L2C). Therefore, a linear combination of both phases and

codes observables can be organized. This combination eliminates the effect of the ionosphere, the geometry, the clocks and the troposphere. It is help for rapid positioning.

Key Words: Dual-codes & Frequency, Point Positioning, Pseudo-range, Carrier Phase, Ionospheric refraction

## 一、前言

新一代 GPS 衛星 Block-IIR-M 已於 2005 年 9 月 26 日升空，到今年預計會完成部署另外七顆同型衛星，明年起將陸續部署另外一型 Block-IIF 共十二顆，使一般衛星定位進入雙頻雙碼的世界，大大提升定位精度與可靠度。以往，由於美國國防部為其國家利益，對精密 P1 與 P2 碼以 AS 技術加以鎖碼，一般人只能使用 L1 之 C/A 碼，對於需使用較精密定位之使用者造成相當困擾，必須使用特殊信號處理技術才能勉強解決，現在則可利用雙頻（即 L1 與 L2）雙碼（即 L1C 與 L2C）觀測值之線性組合就可有效消除離子層折射（Ionospheric refraction）問題，對於需快速進行定位的汽車導航，功能相當有助益。

## 二、GPS 之信號處理

GPS 測量乃是利用 GPS 衛星所發射之無線電訊號，以測定點位的三度空間(3-D)坐標，其方式有兩種，一為利用觀測電碼（C/A 或 P 電碼）所得之虛擬距離推求點位坐標，主要應用為飛行器之導航及其他動態定位；另一為載波相位觀測，因其波長短、分解力較高，適用於地面測量之用，但須在測站上停留相當時間，以連續觀測推求點位坐標，因此，必須以相對定位方式計算之結果，才能滿足傳統測量的精度要求 (Hofmann-Wellenhof, 2001; Leick, 2004; Misra, and Enge, 2001)。

虛擬距離（Pseudo-range）與載波相位（Carrier Phase）之觀測方程式為 (Hofmann-Wellenhof, *etal*, 2001)：

(一) 虛擬距離觀測方程式如下式：

$$S_i = \rho + c(dt - dT) + dtrop + dion_i + \varepsilon S_i \quad (1)$$

(二) 載波相位觀測方程式：

$$L_i = \rho + c(dt - dT) + dtrop - dion_i + \lambda_i N_i + \varepsilon L_i \quad (2)$$

前兩式中之對電離層遲滯誤差與對流層遲滯誤差改正項，其正負號不同，主要是由於電離層遲滯誤差在載波相位觀測時造成相位提前，故改正值為負，虛擬距離則遲滯電碼，故改正值為正。至於(2)式中之 N 值，係指衛星發射信號傳送至接收儀天線，信號尚未為接收儀鎖住前之載波整數波值。

由於新的衛星系統將廣播雙頻雙碼，若能有效利用此項產品，就如同使用 P1 與 P2 雙精密碼定位，將可有效提升精度。衛星以無線電波傳送訊號至地面時，必須穿越電離

層，由於電離層中之電子密度較高，且隨地區、時間、太陽光照射因素而改變，電波在此介質中傳播，造成遲滯，其速度與頻率有關。現將其關係推導如下，在電離層中電磁波之相位(phase)傳播速度為  $V_p$ ，而折射率為  $n_p$ ，則

$$V_p = \frac{c}{n_p} \quad (3)$$

式中  $c$  表真空中之光速

而折射率  $n_p$  則由以下近似公式表示，

$$n_p = 1 - 40.3 \frac{Ne}{f^2} \quad (4)$$

式中  $Ne$  表電子密度單位為(電子數/m<sup>3</sup>)

$f$  表頻率

若為調制電碼(code)屬多種頻率重疊為群波(group)，則根據電磁場理論折射率  $n_g$  改為

$$n_g = 1 + 40.3 \frac{Ne}{f^2} \quad (5)$$

將 (4) 代入 (3)，則 GPS 衛星訊號之相位傳播速度  $V_p$  為，

$$V_p = \frac{c}{n_p} = \frac{c}{1 - 40.3 \frac{Ne}{f^2}} = c \left( 1 + 40.3 \frac{Ne}{f^2} \right) \quad (6)$$

同理  $V_g$

$$V_g = \frac{c}{n_g} = \frac{c}{1 + 40.3 \frac{Ne}{f^2}} = c \left( 1 - 40.3 \frac{Ne}{f^2} \right) \quad (7)$$

以虛擬距離測量時，即為調制電碼以群速在電離層中傳播，如果虛擬距離之傳播時間為  $\Delta t$ ，則衛星至接收儀之距離為  $S$ ，則

$$S = \int_{\Delta t} v_g dt = \int_{\Delta t} c \left( 1 - 40.28 Ne f^{-2} \right) dt \quad (8)$$

解算後

$$S = c \cdot \Delta t - c \frac{40.28}{f^2} \int_S Neds = \rho - c \frac{40.28}{f^2} \int_S Neds = \rho + d_{ion} \quad (9)$$

式中  $\rho = c \cdot \Delta t$  為衛星電磁波傳送之理論距離

$d_{ion} = -c \frac{40.28}{f^2} \int_S Neds$  為電離層改正量

$$\text{設 } A = -c \cdot 40.28 \int_S Neds, \text{ 則 } d_{ion} = \frac{A}{f^2} \quad (10)$$

由此可知電離層改正量之大小，取決於訊號頻率與訊號傳播途徑中之電子總量。而載波相位測量之電離層改正量與虛擬距離測量時之改正值大小相同，符號相反 (Hofmann-Wellenhof, *etal*, 2001)。由 (9) 式可知訊號經過電離層時，其遲滯量與電子總量成正比，與頻率平方成反比，此時如果使用兩種不同頻率，因訊號經過電離層時路徑相同，此時雖然電子總量未知，仍可利用數學處理方式將遲滯消除。因新一代 GPS 衛星 BlockIIR-M 已具有發射 L1C 與 L2C 電碼之能力，亦即其頻率為  $f_1 = 1575.42\text{MHz}$ 、 $f_2 = 1227.60\text{MHz}$ ，因此可將(9)式簡化為

$$S = \rho_1 + \frac{A}{f_1^2} = \rho_2 + \frac{A}{f_2^2} \quad (11)$$

將前後式處理後得

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2 = \frac{A}{f_2^2} - \frac{A}{f_1^2} = \frac{A(f_1^2 - f_2^2)}{f_2^2 f_1^2} = d_{ion1} \left[ \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^2 - 1 \right] = 0.6469 d_{ion1} \quad (12)$$

因此兩頻率之電離層遲滯分別為

$$d_{ion1} = 1.54573(\rho_1 - \rho_2) \quad (13)$$

$$d_{ion2} = 2.54573(\rho_1 - \rho_2) \quad (14)$$

由於 (1) 式虛擬距離觀測方程式中，除電離層遲滯影響不同外，其餘影響都相同，因此  $\Delta\rho$  實際上就是兩頻率虛擬距離之差。

至於有關載波相位部份，同理亦可將 (2) 式由前面有關虛擬距離電離層改正之方式，推導電離層改正，僅有符號不同與解算週波未定值 N 而已。

另外，使用 GPS 雙頻雙碼接收儀，可利用其電碼之虛擬距離和載波相位組成觀測方程式，根據 Hugentobler, *et al*, (2001) 在 Bernese 程式手冊中提到 Melbourne-Wubben 所組成之線性觀測值 L6，就是將雙頻雙 P 碼組合技術解出載波相位之週波未定值，這種組合可以消除電離層、時鐘與對流層之偏差效應。

由 (2) 載波相位方程式詳細解析，設實際測量時接收儀時鐘之時間為  $t_i$ ，衛星信號發射時刻之衛星鐘為  $t^j$ ，則可得實際之相位觀測值

$$L_k^j(t_i) = L_k(t_i) - L^j(t^j) = N_k^j + \Delta N(t_i) + \delta L_k^j(t_i) = N_k^j + \Delta L_k^j(t_i) \quad (15)$$

其中  $\delta L_k^j$  為偏差值， $\Delta L_k^j(t_i) = \Delta N(t_i) + \delta L_k^j(t_i)$  為實際接收儀測量值

經整理簡化後，雙頻  $L_1$  與  $L_2$  之實際接收儀測量值為

$$\begin{aligned} \Delta L_1 &= \frac{\rho}{c} f_1 + \frac{A}{f_1} - N_1 + f_1 \Delta\delta \\ \Delta L_2 &= \frac{\rho}{c} f_2 + \frac{A}{f_2} - N_2 + f_2 \Delta\delta \end{aligned} \quad (16)$$

而虛擬距離  $\rho_1$  與  $\rho_2$  之相應於載波相位實際接收儀測量值為

$$L_1 = \frac{\rho_1}{c} f_1 = \frac{\rho}{c} f_1 - \frac{A}{f_1} + f_1 \Delta\delta$$

$$L_2 = \frac{\rho_2}{c} f_2 = \frac{\rho}{c} f_2 - \frac{A}{f_2} + f_2 \Delta\delta \quad (17)$$

式 (16) (17) 之代號分別為  $\rho$  表衛星測站間之實際距離， $\frac{A}{f}$  為電離層遲滯， $\Delta\delta$  為接收儀與衛星時鐘之偏差， $N_1$  與  $N_2$  為載波相位觀測之週波未定值。將 (16) (17) 兩兩相減後得

$$\Delta L_1 - L_1 = \frac{2A}{f_1} - N_1$$

$$\Delta L_2 - L_2 = \frac{2A}{f_2} - N_2$$

再將上兩式相減得

$$(\Delta L_1 - \Delta L_2) - L_1 + L_2 = 2A \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2} - (N_1 - N_2) \quad (18)$$

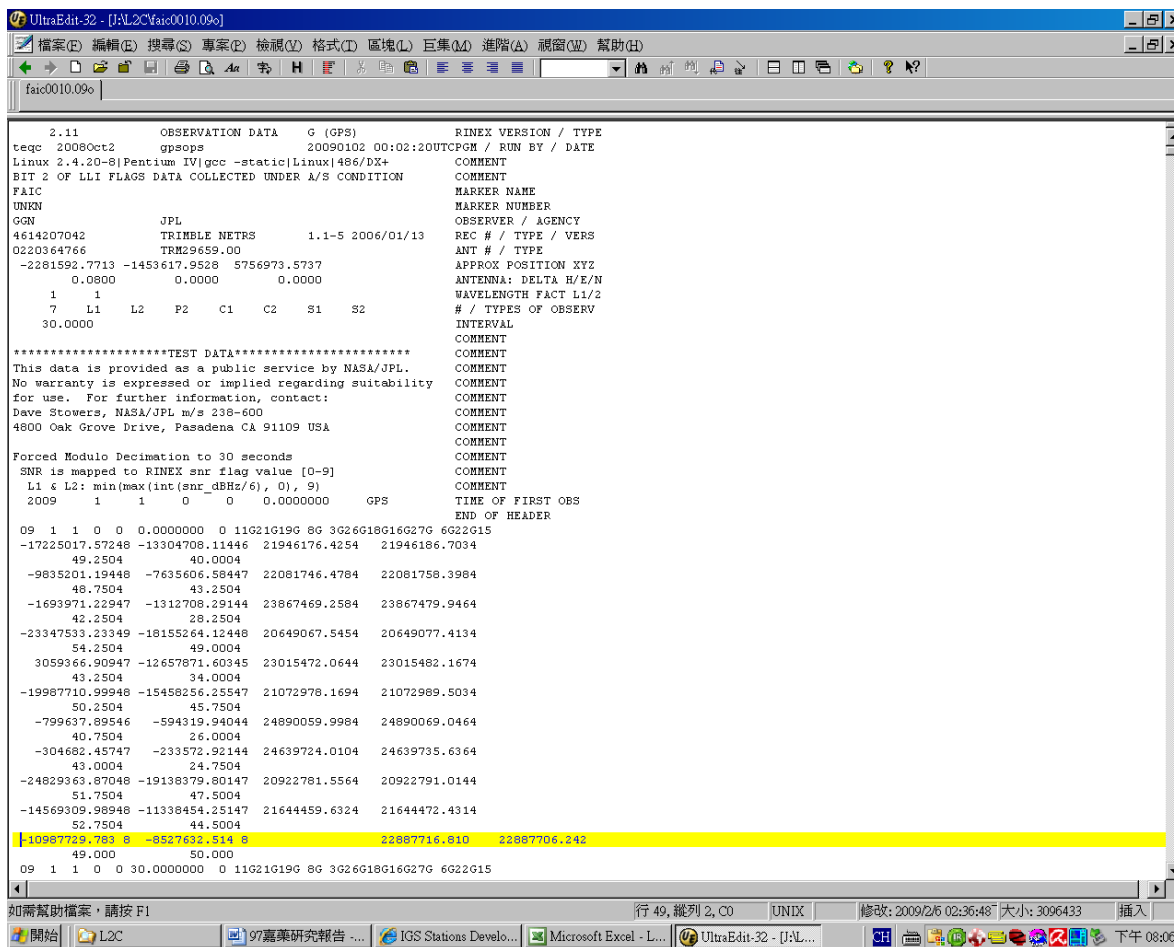
由式中可知左邊之  $\Delta L_w = \Delta L_1 - \Delta L_2$  為寬巷相位觀測值，右邊之  $N_w = N_1 - N_2$  為整數週波未定值，由此可知，只要根據一個時間的雙頻雙碼觀測值，即可瞬間解出寬巷觀測值與整數週波未定值，再利用寬巷相位觀測值組成觀測方程式，即可解得座標與時鐘偏差。由此推論，新一代之 GPS 衛星信號對定位功能之提升極有助益。

### 三、結果與討論

前述主要在推導雙頻雙碼之定位方式，本節將引用前述理論，將實際之衛星觀測資料代入，以驗證前述理論之可行性。

由於新一代之 GPS BlockIIR-M 衛星，至今僅有 6 顆，而測量常用之衛星接收儀，並無接收 L2C 之功能，因此為驗證前述理論，特別進入國際 GPS 服務網站(International GPS Service, IGS)尋找追蹤站接收資料中，具接收 L1C 與 L2C 者，結果在近 400 個追蹤站中，僅有 FAIC、HRAC、KOKC、MCMC、NYAC、UNAC，有前述資料。這些資料已轉為 Rinex2.11 格式，如圖 1。圖中上半部為表頭部份，提供測站接收儀之相關資料，其中觀測資料類型共有 7 項，分別為 L1、L2、P2、C1、C2、S1、S2，這些數據與下半部之數據相對應，其中反白部分為 L1、L2、C1、C2 數據，而 P2 則被略去。所有數據之時間段都為 30 秒。接收之第一個時間段，即為位於中段『09 1 1 0 0 0.000000 0 11G21G19G 8G 3G26G18G16G27G 6G22G15』表示 2009 年 1 月 1 日 0 時，共有 11 顆衛星被接收到，對應於反白部分，顯然衛星編號 15 號者，具發射 L2C 能力。根據美國海軍觀測站(United States Navy Observatory, USNO)之資料，現行運作中之 GPS 衛星具發射 L2C 能力者，共有 6 顆，分別為編號 17、31、12、15、29、07，尚有兩顆 M 型衛星

未發射。



圖一 IGS 追蹤站 FAIC 於 2009 年 1 月 1 日 0 時起觀測資料

為將前述雙頻雙碼數據，以所推導之公式計算座標，首先根據 (1) 式，推導虛擬距離之觀測方程式。設衛星座標為  $(X^s, Y^s, Z^s)$ ，接收儀之座標為  $(X_r, Y_r, Z_r)$ ，其幾何距離為  $S$ ，故

$$S^2 = (X^s - X_r)^2 + (Y^s - Y_r)^2 + (Z^s - Z_r)^2$$

代入 (1)

$$S^j - c\delta t_r = \rho^j + \delta\rho_{ion}^j + \delta\rho_{trop}^j + c\delta t^j \tag{19}$$

式中  $j$  表衛星編號，為 1、2、3...

在 (19) 式中接收儀位置與時鐘差共 4 個未知數，因此至少須同時接收 4 個以上之衛星數，才能解上述之虛擬距離觀測方程式，即稱為單點定位 (Point positioning)，將 (19) 式以泰勒式展開，設觀測站接收儀之近似值與改正數分別為  $(X_0, Y_0, Z_0)$  與  $(\delta x, \delta y, \delta z)$ ，並設

$$\begin{cases} (X^j - X_0)/\rho_0^j = l^j \\ (Y^j - Y_0)/\rho_0^j = m^j \\ (Z^j - Z_0)/\rho_0^j = n^j \end{cases} \quad (20)$$

將觀測方程式線性化取至第一項後得

$$\begin{bmatrix} \rho_0^1 \\ \rho_0^2 \\ \rho_0^3 \\ \rho_0^4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l^1 & m^1 & n^1 & -1 \\ l^2 & m^2 & n^2 & -1 \\ l^3 & m^3 & n^3 & -1 \\ l^4 & m^4 & n^4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho^1 + \delta\rho_{ion}^1 + \delta\rho_{trop}^1 - c\delta t^1 \\ \rho^2 + \delta\rho_{ion}^2 + \delta\rho_{trop}^2 - c\delta t^2 \\ \rho^3 + \delta\rho_{ion}^3 + \delta\rho_{trop}^3 - c\delta t^3 \\ \rho^4 + \delta\rho_{ion}^4 + \delta\rho_{trop}^4 - c\delta t^4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

設

$$A_i = \begin{bmatrix} l^1 & m^1 & n^1 & -1 \\ l^2 & m^2 & n^2 & -1 \\ l^3 & m^3 & n^3 & -1 \\ l^4 & m^4 & n^4 & -1 \end{bmatrix}, \quad \delta X = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t \end{bmatrix},$$

$$L^j = \rho^j + \delta\rho_{ion}^j + \delta\rho_{trop}^j - c\delta t - \rho_0^j$$

$$\text{則 } L_i = (L^1 \quad L^2 \quad L^3 \quad L^4)$$

因此 (21) 式可簡寫為  $A_i \delta X + L_i = 0$

依據最小二乘法平差，可解得改正數與未知數

$$V_i = A_i \delta X + L_i \quad (22)$$

$$\delta X = -(A_i^T A_i)^{-1} (A_i^T L_i) \quad (23)$$

式 (19) 內有三項改正數需處理，分別為 (一) 衛星與接收儀之時鐘差 (二) 對流層改正 (三) 電離層改正 (Abdel-Salam, 2005)。在衛星單點定位時鐘差可設為未知數，對流層改正則可以依經驗公式代入模式計算改正，至於電離層改正，如僅使用單頻 L1C，則一般採用衛星導航電碼中所提供的電離層模型加以改正。若衛星提供雙頻雙碼，則可利用 (13) 或 (14) 消除電離層折射誤差。

由於，單點絕對定位必須同時接收四顆以上衛星，但是現在 GPS 衛星分布不可能有四顆以上 M 型衛星同時出現，因此在定位時若有 M 型衛星則使用式 (13) 計算，若為其他衛星，則仍使用式 (19)。因此，本次之研究共使用下列三種計算方式：

1. 不使用 L2C 觀測量計算。
2. 不使用 L2C 觀測量，但使用衛星導航電碼以 Klobuchar 電離層模式改正。
3. 以 L2C 及 L1C 觀測量求得電離層修正值，改正虛擬距離。

結果如下表

IGS 追蹤站含 L1C 與 L2C 觀測值之單點定位座標平均值差與中誤差表

單位：公尺

站名	筆數	NEU 平均值差 <sup>註一</sup>			中誤差				
			1 <sup>註二</sup>	2 <sup>註三</sup>	3 <sup>註四</sup>		1	2	3
FAIC	2718	E	0.069	0.081	0.063	平面中誤差	1.484	1.487	1.479
		N	-0.074	-0.087	-0.072				
		h	1.566	1.650	1.480	高程中誤差	2.512	2.563	2.504
HRAC	2880	E	-0.960	-0.937	-0.911	平面中誤差	1.512	1.492	1.407
		N	0.292	0.290	0.295				
		h	1.213	0.987	1.207	高程中誤差	2.456	2.431	2.426
KOKC	2601	E	0.833	0.795	0.073	平面中誤差	2.485	2.463	2.467
		N	-0.223	-0.261	-0.102				
		h	1.152	0.768	1.146	高程中誤差	4.266	4.248	4.243
MCMC	2880	E	-0.183	-0.129	-0.182	平面中誤差	1.166	1.172	1.151
		N	-0.230	-0.232	-0.225				
		h	2.179	-1.505	2.113	高程中誤差	2.949	3.010	2.889
NYAC	2840	E	0.393	0.317	0.301	平面中誤差	2.233	2.191	2.208
		N	-1.310	-1.255	-1.218				
		h	-2.817	-2.798	-2.803	高程中誤差	4.470	4.475	4.405
UNAC	2850	E	-0.195	-0.178	-0.190	平面中誤差	1.484	1.507	1.479
		N	-0.936	-0.942	-0.928				
		h	1.230	1.650	1.480	高程中誤差	2.512	2.563	2.498

註一：測站已知平面座標、高程與衛星定位計算座標平均值之差。

註二：不使用 L2C 觀測量計算。

註三：不使用 L2C 觀測量，但使用衛星導航電碼以 Klobuchar 電離層模式改正。

註四：虛擬距離以 L2C 及 L1C 觀測量求得電離層修正值改正。

由上表各測站之座標平均值與已知值之差，在平面上小於一公尺，在高程方面小於三公尺，符合一般衛星定位精度平面優於高程之趨勢。在中誤差方面亦顯示平面精度較高程為佳。至於是否因加入 L2C 觀測值，而使精度提高，則由表內各數值之顯示，差值並不大，但是顯示有此種趨勢。由於現行 GPS Block IIR-M 衛星，至今僅有 6 顆，而且僅有部分時段可接收到一顆或兩顆 M 型衛星，因此，在數據處理時，僅有部分能將 L2C 資料加入，其結果無法真實顯示雙頻雙碼接收資料之處理精度。



上述平面精度對於汽車導航方面，在實用上，應已足夠，但若追求更高之精度，則本項研究仍有長足進展空間之需求。

#### 四、參考文獻

- Abdel-Salam, M.A. (2005). *Precise Point Positioning Using Un-differenced Code and Carrier Phase Observation*, UCGE Report 20229, Ph.D. Thesis, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J. (2001). “*Global Positioning System, Theory and Practice*”, 5<sup>th</sup>ed. Springer Verlag, Wien.
- Hugentobler, S., Schaer, S., Fridez, P. (edited) (2001). “*Bernese GPS Software Version 4.2*”, Astronomical Institute, University of Berne.
- Leick, A. (2004). “*GPS Satellite Surveying*”. 3<sup>rd</sup>ed., John Wiley&Sons, New York.
- Misra, P. and Enge, P. (2001). “*Global Positioning System : Signals, Measurement, and Performance*”, Ganga-Jamuna Press, MIT.