

# 表面聲波濾波器因應系統模擬需要的簡化模型

楊博華

國家實驗研究院  
國家高速網路與計  
算中心  
yangp@nchc.org.tw

林奇鋒

國家實驗研究院  
國家高速網路與計  
算中心  
knif@nchc.org.tw

陳昶宏

國家實驗研究院  
國家高速網路與計  
算中心  
alexchen@nchc.org  
.tw

蘇俊吉

崑山科技大學  
電子工程系  
cv@ms11.url.com  
.tw

蘇致遠

嘉南藥理科技大學  
資訊管理系  
zysu@mail.chna.edu  
.tw

## 摘要

本文的主旨是針對系統模擬環境的需求下，對表面聲波濾波器的複雜模型做一適當的簡化，以期在搭配其他元件的複雜系統模擬條件下，簡化的模型能有助於模擬進行上的效率。在高頻電路上，濾波器的設計，經常是個困難的問題。以集總元件〈lumped model〉的模型來看，在不考慮電阻的影響下，電路的共振頻率約略是等於電感值與電容值乘積開根號後再取其倒數的值；由於電感值與電容值不可能沒有限制的縮小，也因此表面聲波濾波器成爲一個極爲重要又難以取代的高頻濾波元件。表面聲波濾波器作用的原理是個複雜的物理現象，完整的模型在元件的細部過程設計中有其存在的必要性，但在搭配其他元件的系統模擬環境條件下，如何萃取此一複雜的物理現象，而將輸入輸出的關係以轉換函數〈transfer function〉或是散射矩陣的方式來表示，是此一研究的重點。

**關鍵詞：**表面聲波濾波器、簡化模型、散射矩陣理論。

## 導論

在高頻電路上，濾波器的設計，經常是個困難的問題。以集總元件的模型來看，電路的共振頻率約略是電感值與電容值乘積開根號後再取其倒數的值，由於電感值與電容值不可能沒有限制的縮小，在應用上不適合於高頻的條件；另一方面如果從微帶線〈microstrip〉的設計角度來看，電磁波以光速的速度進行，即使是在非常高頻的情況下，例如 2~30 GHz 的載波，其波長也大約會在 1~15 cm 之間，也因此會發生濾波器的特徵長度難以滿足可攜式產品尺寸規格的狀況。表面聲波濾波器的發明係針對此一問題做一根本的解決，其作用的原理是將電磁波的能量轉換到其他的媒介物質中，再以另一種能量的形式例如機械波、亦即聲波來傳遞訊號，經處理過後的訊號，再轉回電磁波能量的形式 [1,2]。由於聲波的傳遞速度，遠低於光速，在相同的頻率條件下，其特徵長度也大幅的縮短，對可攜式電子產品的開發有極大的幫助，在個人行動通訊中，有其重要性[3]。一般的表面聲波濾波器模型都極爲複雜[4]，提供的簡化模型能有助於將

表面聲波濾波器置於複雜系統內模擬時整個模擬進行上的效率。

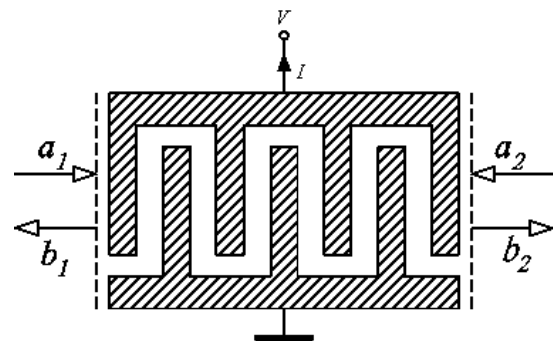
在以下章節的安排上，我們將先對濾波器的訊號輸入埠以及訊號輸出埠的導納〈admittance〉係數做一個分析。接著，由各種導納係數合成的導納矩陣，經過適當的轉換，而推导出可代表訊號輸入輸出之間關係的轉換函數或是散射矩陣。文章最後是對濾波器的某些幾何參數變化對頻率響應的影響做一討論並將結果以曲線圖來表示。

## 表面聲波濾波器的理論模型

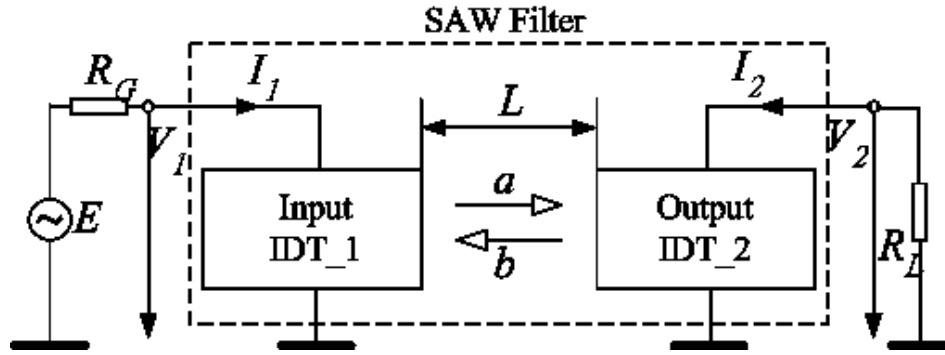
濾波器的機電介面是一個交叉指狀轉換器〈interdigital transducer；IDT〉，如圖一所示。聲波在前進遇到 IDT 後、波的穿透、反射現象可利用聲波散射矩陣〈acoustic scattering matrix〉來表示：

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sa_{11} & sa_{12} \\ sa_{21} & sa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中  $a_1$ 、 $b_1$  是在聲波埠 1 的入射波及反射波； $a_2$ 、 $b_2$  是在聲波埠 2 的入射波及反射波； $sa_{11}$ 、 $sa_{22}$  分別是在聲波埠 1、聲波埠 2 的自反射係數； $sa_{21}$  是聲波從埠 1 傳至埠 2 的穿透係數； $sa_{12}$  則是聲波從埠 2 傳至埠 1 的穿透係數。



圖一 IDT 的兩個聲波埠及一個訊號埠



圖二 一個基本型的表面聲波濾波器

濾波器的材質為一種壓電材料，其特性為在電壓的驅動下，便會有應力及應變的產生；IDT 在適當的頻率訊號電壓的作用下，便會在材質的表面產生機械波動亦即聲波動。如在 IDT 的左側對此一波動的振幅大小加以量測，可發現振幅的大小與施與的電壓約略為一線性關係，可用電聲轉換係數〈electroacoustic conversion〉來表示：

$$m = a/V \quad (2)$$

在式(2)中， $a$  是在 IDT 左側聲波振幅的大小， $V$  是頻率訊號的電壓， $m$  是計算出的比值，此一比值通常會以複數的方式表示，這樣才有辦法用來表示聲波波動與輸入訊號電壓波動之間相位上的差異。

在考慮輸入訊號電壓所產生的效應下，我們必須對式(1)做一個適當的修正，而成為：

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sa_{11} & sa_{12} \\ sa_{21} & sa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mV \\ -m^*V \end{bmatrix} \quad (3)$$

由於 IDT 左側聲波與右側聲波成反對稱，此一現象也呈現在式(3)中的附加項中，其中字母右上角的星號代表是共軛。

另外，以能量的觀點看，電能與機械波動能之間的關係可表示為：

$$V^* I \leftrightarrow 2a^* a \quad (4)$$

因此，電流可由在聲波埠 1、聲波埠 2 輸入波的振幅大小以及訊號埠訊號電壓這些參數而得到：

$$I = -2m a_1 + 2m^* a_2 + YV \quad (5)$$

其中  $Y$  是電阻的倒數，亦即導納〈admittance〉。

當輸入訊號頻率在濾波器的自然頻率附近時，我們可以用靜近似的簡化〈quasi-static approximation〉來考慮問題，在此條件下，IDT 的聲波埠呈無自反射現象，而聲波穿透的效率是為百分之百，式(3)也因此成為：

$$b_1 = a_2 + mV \quad (6)$$

$$b_2 = a_1 - m^*V \quad (7)$$

一個基本的表面聲波會包含兩個 IDT，如圖二所示。考慮聲波在濾波器表面前進時其振幅大小及相位產生的變化：一為當聲波  $a$  從 IDT\_1 右端傳至 IDT\_2 的左端的問題，另一為聲波  $b$  從 IDT\_2 左端傳至 IDT\_1 的右端的問題。

如果先看 IDT\_2 其兩側聲波埠的輸出及輸入部分，我們會有這些可確定的參數  $b_1 = b$ 、 $a_1 = a e^{-j\beta L}$ 、 $a_2 = 0$ ，其中符號  $\beta$  代表的是波數，符號  $L$  代表的是聲波  $a$  從 IDT\_1 右端傳至 IDT\_2 的左端的距離；在此，我們需假設這轉換器的訊號端接地，亦即  $V_2 = 0$ 。若將這些已知變數代入式(5)中，便可得到：

$$I_2 = -2m_2 a e^{-j\beta L} \quad (8)$$

再看 IDT\_1 其兩側聲波埠的輸出及輸入部分，我們會有這些可確定的參數  $b_2 = a$ 、 $a_1 = 0$ 、 $a_2 = b e^{-j\beta L}$ ，若將這些輸出、輸入參數值代入式(7)中，可得到：

$$a = -m_1^* V_1 \quad (9)$$

接著，我們可將式(9)代入式(8)中，而得到：

$$I_2 = -2m_2 a e^{j\beta L} = 2m_1^* m_2 e^{-j\beta L} V_1 \quad (10)$$

若將式(10)的左右兩邊同時除以 $V_1$ ，我們得到可描述濾波器訊號輸入埠和訊號輸出埠之間電壓及電流關係的導納係數 $Y_{21}$ ，亦即：

$$Y_{21}(\omega) = \frac{I_2(\omega)}{V_1} \Big|_{V_2=0} = 2m_1^* m_2 e^{-j\beta L} \quad (11)$$

其中 $V_2 = 0$ 的條件，也包含在我們推導出式(8)的過程中。

### 系統模擬需求

轉換函數〈transfer function〉是在複雜的系統模擬環境中經常使用到的一種數學表示式。此一函數的特點是可將輸入輸出的關係作適當的描述，所以可用以配合系統其他模組的輸入端或是輸出端。也因此可運用轉換函數的連結來模仿實際元件模組接合的狀況。

在上一節中，我們將如何計算導納係數 $Y_{21}$ ，做了一個簡要的說明，從文獻的說明中[5]，我們也能更深一步的求得其他的導納係數 $Y_{12}$ 、 $Y_{11}$ 、 $Y_{22}$ ，則訊號輸入埠電流 $I_1$ 及訊號輸出埠的電流 $I_2$ ，可由訊號輸入埠的電壓 $V_1$ 及訊號輸出埠的電壓 $V_2$ 乘以這些導納係數來計算，如果以矩陣的方式來表示，可寫為：

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

為導出可代表表面聲波濾波器的轉換函數，我們需先將式(12)中的電流 $I_1$ 和電流 $I_2$ 變成電壓的函數，如下所示：

$$I_1 = (E - V_1) Y_G \quad (13)$$

$$I_2 = -V_2 Y_L \quad (14)$$

其中 $Y_G$ 、 $Y_L$ 是圖二中 $R_G$ 、 $R_L$ 的倒數。

接著，把式(13)的 $I_1$ 及式(14)的 $I_2$ 代入式(12)中，便可得到：

$$(Y_{11} + Y_G) V_1 + Y_{12} V_2 = E Y_G \quad (15)$$

$$Y_{21} V_1 + (Y_{22} + Y_L) V_2 = 0 \quad (16)$$

若用矩陣來表示，則為：

$$\begin{bmatrix} Y_{11} + Y_G & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E Y_G \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

如果將式(17)的矩陣表示式當做一個解聯立方程式的問題，利用Cramer's rule 可得到 $V_1$ 和 $V_2$ ：

$$V_1 = \frac{E Y_G (Y_{22} + Y_L)}{(Y_{11} + Y_G)(Y_{22} + Y_L) - Y_{12} Y_{21}} \quad (18)$$

$$V_2 = \frac{-E Y_{21} Y_G}{(Y_{11} + Y_G)(Y_{22} + Y_L) - Y_{12} Y_{21}} \quad (19)$$

如果將式(19)右側的輸入訊號電壓 $E$ 移至算式的左側，我們就可得到所欲求的轉換函數，如下所示：

$$F(\omega) = \frac{V_2}{E} = \frac{-Y_{21} Y_G}{(Y_{11} + Y_G)(Y_{22} + Y_L) - Y_{12} Y_{21}} \quad (20)$$

另一方面來說，訊號輸入埠與訊號輸出埠之間關係的散射參數〈scattering parameters〉，也可由導納係數來推算，其表示式如下[6]：

$$S_{11} = \frac{1}{\Delta Y} [(Y_G - Y_{11})(Y_L + Y_{22}) + Y_{12} Y_{21}] \quad (21)$$

$$S_{12} = \frac{1}{\Delta Y} [-2 Y_{12} Y_G] \quad (22)$$

$$S_{21} = \frac{1}{\Delta Y} [-2 Y_{21} Y_G] \quad (23)$$

$$S_{22} = \frac{1}{\Delta Y} [(Y_G + Y_{11})(Y_L - Y_{22}) + Y_{12} Y_{21}] \quad (24)$$

$$\Delta Y = (Y_{11} + Y_G)(Y_{22} + Y_L) - Y_{12} Y_{21} \quad (25)$$

從式(23)可看出 $S_{21}$ 所代表的也是轉換函數，然而，式(23)是式(20)的兩倍。

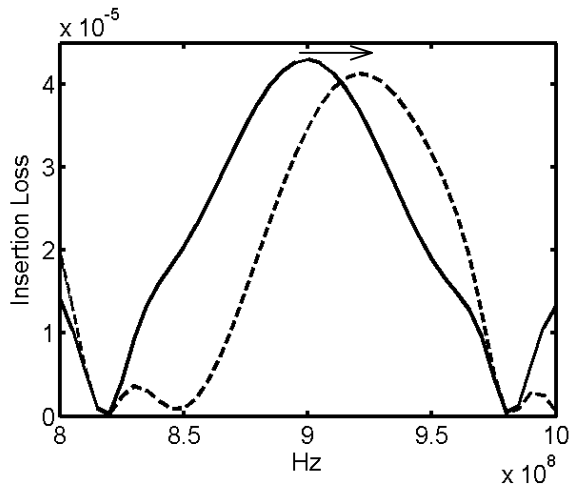
### 結果與討論

這裡我們將以一個模擬的例子來討論，假設是一個共振頻率在900Mhz的濾波器，其壓電基板材料是ZY方向鉬酸鋰(LiTaO<sub>3</sub>)，此物質的機電耦合常數是0.93%，介電係數是 $\epsilon = 47 \epsilon_0$ 。透過這些物質的參數以及IDT的設計，我們可由理論模型的推導而得出所有的導納係數，要注意的是導納係數會因頻率的不同而改變。接著可將這些和頻率相關的參數代入式(20)中來繪出轉換函數的響應頻率圖，如圖三的實線所示。

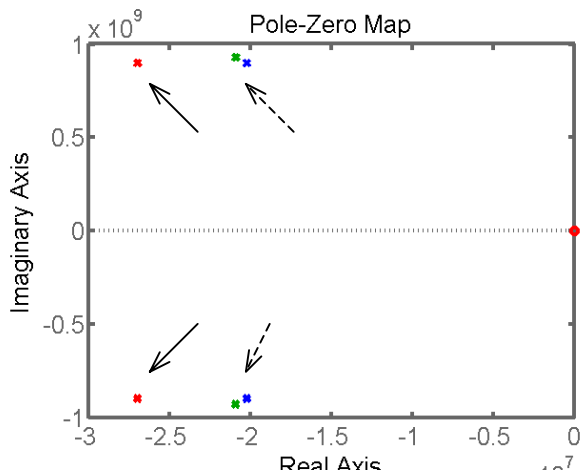
此響應頻率圖和濾波器的設計或者是製造有很深的關係，假設IDT\_1至IDT\_2的間距，因誤差的關係比原來設計的值要長，濾波器的通帶頻率將會向較高頻的方向移動，如圖三的虛線所示。

在動態系統分析中，由響應頻率的數值資料反推轉換函數的解析式乃一個重要的問題，透過此一解析式我們可對系統的動態性質有較完整的全貌。此一逆向分析的工程問題，可用向量契合〈vector fitting〉的方式來解決[7]。假設此一濾波器在 Laplace 轉換後的形式為：

$$f(s) = \frac{c_1}{s - a_1} + \frac{c_2}{s - a_2} \quad (26)$$



圖三 濾波器的頻率響應



圖四 極點(poles)和零點(zeros)的位置

在向量契合之後，我們可得到式(26)中的  $a_n$ 及 $b_n$ ，所得到的解析式可繪於s-平面上，如圖四所示。如果濾波器的通帶頻率往高頻的方向移動，則極點(poles)的位置

會朝以從極點往零點(zeros)的反方向移動，移動後的極點位置在圖中以虛線的箭頭標示。如果濾波器的Q值下降，則極點(poles)的位置會往s-平面的左側移動，移動後的極點位置在圖中以實線的箭頭標示。

### 結論

本文提出一種可建立表面聲波濾波器的簡化模型的方式，提供的簡化模型能有助於將表面聲波濾波器置於複雜系統內模擬時整個模擬進行上的效率。由於簡化的模型是以轉換函數〈transfer function〉的方式來表示，透過對轉換函數的在 S-平面上極點(poles)和零點(zeros)位置的分析，可有助於了解表面聲波濾波器所呈現的動態系統的特性；如果是在對不同的表面聲波濾波器的性能做比較的問題上，利用轉換函數的分析方法也提供作為一個客觀的評估準則。

### 參考文獻

- [1] R. M. White and F. W. Volmer, "Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves," *Applied Physics Letters*, vol. 17, pp. 314-316, 1965.
- [2] W. R. Smith et al., "Analysis of interdigital surface wave transducers by use of an equivalent circuit model," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.*, vol. MTT-17, no. 11, pp. 856-864, 1969.
- [3] 蔡世鴻、湯譯增、洪茂峰、王永和，「表面聲波濾波器的設計準則」，材料科學與工程 34 卷 4 期，頁次 231-238，2002/12
- [4] J. Koskela, V.P. Plessky, and M.M. Salomaa, "SAW/LSAW COM parameter extraction from computer experiments with harmonic admittance of a periodic array of electrodes," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.* **46**, 806-816 (1999).
- [5] A. S. Rukhlenko, "Closed-form admittance calculation for generalized periodic SAW transducers," *Proc. 1995 World Congress Ultrason.*, Berlin, pp. 379-382, 1995.
- [6] J.-S. Hong and M.J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, July 2001.
- [7] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.