附件：封面格式

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 笛卡兒乘積圖形邊連通及點連通之研究探討

計畫類別：☑個別型計畫　　□整合型計畫
計畫編號：NSC89－2218－E－041－001－
執行期間：89 年 8 月 1 日至 90 年 7 月 31 日

計畫主持人：謝碧雪
共同主持人：
計畫參與人員：張瓊文、關繼敏、吳再福

本成果報告包括以下應繳交之附件：
□赴國外出差或研習心得報告一份
□赴大陸地區出差或研習心得報告一份
□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：嘉南藥理科技大學資訊管理系

中華民國 90 年 10 月 30 日

圖形 G＝（V，E），V 爲 G 之點集合，E 爲 G 之邊集合，λ（G）表 G 之邊連通數（the edge-connectivity of G）。若 λ（G）＝[2q/p]則稱圖形 G 爲最大邊連通（maximun edge-connected）,此處 p=|v|爲 V 集合的基數，q=|E|爲 E 集合之基數。若 E´ E，｜E´｜＝λ 且 G/E´爲不連通圖形，則我們稱 E´爲 G 的一個最小的邊不連通集合(a minimum edge-disconnecting set)。顯然，若點 u 的程度(degree of u)爲 λ(G)，則所有連接到 u 的邊所成的集合就是一個最小的邊不連通集合。我們把這種邊集合稱爲“顯然”（trivial），若 G 爲最大邊連通且 G 的每一個最小邊不連通集合都是“顯然”，則稱 G 爲超級邊連通（super edge-connected）。兩個圖形 G 和 H 的笛卡兒乘積圖形記爲 GxH，它的點集合爲 V（G）xV（H），GxH 中的任何兩點（$u_1,u_2$）和（$v_1,v_2$）相連的充要條件爲 $u_1=v_1$ 且 $u_2v_2$ E(H)，或 $u_2=v_2$ 且 $u_1v_1$ E(H)，這種圖形在實際應用上爲多層次的網路架構。在網路的可靠度探討領域裡，眾所皆知，如果一個網路（即圖形）具有超級邊連通性質，則此網路可靠度高且具有最小的邊失敗率（the smallest edge failure rate）。

至於那些圖形才是具有此種特性？已知的布朗－n 立方（Boolean n-cube）（參看參考文獻[1]），規則且超立方（regular and hypercube）(參看參考文獻 [2]) 的網路都具有此特性。上述兩種網路結構都可以笛卡兒乘積圖形來表示，換句話說，是不是某一類型的笛卡兒乘積圖形會具有此種特性？這是本計劃試圖探討的方向及目的之一。此特性的建立對笛卡兒乘積圖形的理論架構無疑是一強而有力的支柱。

有鑑於網路之蓬勃發展及網路節點與路徑之設計日趨龐大，找一理想的網路設計圖以達到用最少的花費而仍保有最高的流通量，實有賴於圖形理論的建立與實際路徑之發現。本計劃基於此理念，在多層次網路架構上，試圖以圖論的觀點來探討它的邊可靠度的性質。並以電腦操作、模擬、繪製爲輔，實際的把任何兩點間的邊獨立路徑全部找出來，並歸納出一般性的尋找方法。這是本計劃另一試圖探討的方向與目的。此方法的建立可提供多層次網路架構一個實質的依循及重要參考。

三．結果與討論

1. 已找出具有邊連通及超級邊連通的笛卡兒圖形任何兩點間所有邊獨立路徑（請參閱 Fig.1.）
2. 已証明出任何兩個具最大邊失敗率(max-λ)且規則的圖形，它們的笛卡兒乘積圖形具備超級邊失敗率（super-λ）的特性，除 $K_2 \times K_m, m \geq 2$ 的圖形外。
3. 上述二項成果已投稿 Network 雜誌。

四．計劃成果自評：甚佳。

## 五・參考文獻


[1] C.S. Yang, J.F. Wang, J.Y. Lee, F.T. Boesch, Graph theoretic reliability analysis for the Boolean n-cube networks, IEEE Trans. Circuits Systems CAS-35 (9) (1988) 1175-1179.

[2] C.S. Yang, J.F. Wang, J.Y. Lee, F.T. Boesch, The number of spanning trees of the regular networks, Inter.J.Comput.Math. 23 (1988) 185-200.

[3] L. Lesniak, Results on the edge-connectivity of graphs , Discrete Math. 8 (1974) 351-354.

[4] L.Volkmann, Edge-connectivity in *p*-partite graphs, J. Graph Theory 13 (1) (1989) 1-6.

[5] J.W. Boland, R.D. Ringeisen, On super i-connected graphs, Networks 24 (1994) 225-232.

[6] J. Fabrega, M.A. Fiol, Maximally connected digraphs, J. Graph Theory 13 (1989) 657-668.

[7] T. Soneoka, H. Nakada, M. Imase, Sufficient conditions for maximally connected dense graphs, Discrete Math. 63 (1987) 53-66.

[8] M.A. Fiol, The super connectivity of large digraphs and graphs, Discrete Math. 124 (1994) 67-78.

[9] M.A. Fiol, On super-edge connected digraphs and bipartite digraphs, J. Graph Theory 16 (6) (1992) 545-555.

[10] W.S. Chiue, B.S. Shieh, On connectivity of the Cartesian product of two graphs, Applied Mathematics and Computation , 102 (1999) 129-137.

[11] B. S. Shieh , Super Edge Connectivity of the Cartesian Product of Regular Graphs, Submitted to Network (2000)

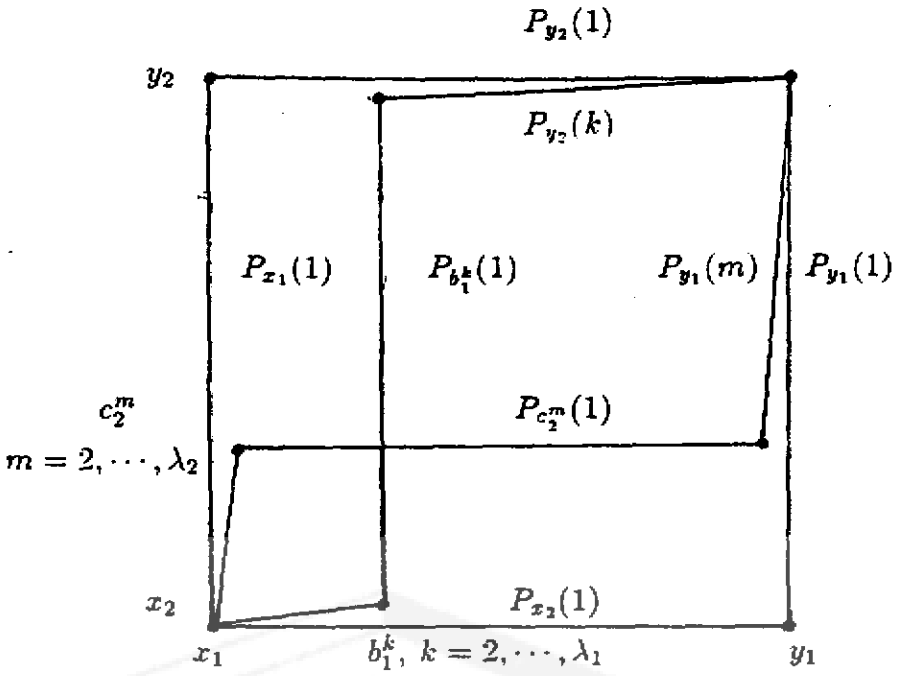
$P_{y_2}(1)$
$y_2$
$P_{y_2}(k)$
$P_{x_1}(1)$
$P_{b_1^k}(1)$
$P_{y_1}(m)$
$P_{y_1}(1)$
$c_2^m$
$P_{c_2^m}(1)$
$m = 2, \cdots, \lambda_2$
$x_2$
$P_{x_2}(1)$
$x_1$
$b_1^k,\ k = 2, \cdots, \lambda_1$
$y_1$

Fig. 1.