



# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 一個圖與圖比對之近似法及其在手寫文字辨識的應用

### An Approximation Algorithm for Graph Matching And Its Application to Handwritten Character Recognition

計畫編號：NSC 89-2213-E-041-004

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

主持人：謝愛家 嘉南藥理學院資訊管理系助理教授

#### 一、中文摘要

本計畫主要是發展一個結合具處罰之二元加權比對方法(Bipartite Weighted Matching with Penalty Problem)之圖與圖比對問題的近似解法。其主要原理是以每一節點為中心，找出連接此節點所有邊的最佳比對距離，再由節點之距離算出圖的比對距離。而此二個階段的比對方式均是透過具處罰之二元加權比對方法來求得，它不僅參考特徵間距離，亦參考未配對特徵的處罰，可讓配對結果更合理。除此之外，我們將以手寫文字辨識系統來驗證所提方法之可行性。

**關鍵詞：**圖與圖比對，具屬性關係圖，匈牙利法，文字識別

#### Abstract

This project is to develop an algorithm for graph matching, which combines the matching method for bipartite weighted matching with penalty problem (BWMPP). First, the distance of nodes from two matching graphs is computed. And then the distance of two graphs is computed based on the computed distances of nodes. To compute the optimal matching in the above two phrases, we adopt the matching method of BWMPP. The main reason is the matching method could find good matching pairs when the matched costs and unmatched penalties

are simultaneously considered in the matching process. Besides, we will apply the proposed method to recognize the handwritten character.

**Keywords:** Graph Matching, Attributed Relational Graph, Hungarian Method, Character Recognition

#### 二、計畫緣由與目的

在圖形識別中，一般結構化物件 (Structural Object) 常以圖 (Graph) 來表示，而對於圖與圖比對問題 (Graph Matching) 仍然是一個難解的問題 (如 Graph Isomorphisms 仍是 Open Problem, Subgraph Isomorphisms 是 NP-Complete Problem)。但是在實際的應用上，卻仍然會使用到它。因此，能夠提供一個近似且快速的方法來計算二個圖的距離就顯得非常有用。

比對技術 (Matching Technique) 是對二個圖形 (Pattern) 的特徵做比對。在圖形識別中，圖形的描述可包含字串 (String)、樹 (Tree) 和圖 (Graph) 等 (Bunke and Sanfeliu, 1990)。因此，比對技術分別有字串與字串比對問題 (String-to-String Correction Problem)、樹與樹比對問題 (Tree-to-Tree Correction Problem) 和圖或子圖同形問題 (Graph/Subgraph Isomorphisms) (Tsai and Fu, 1979; Tsai and Fu, 1983) 等。對結構化物件 (如中文字) 的描述，除了描述其基本特徵外，亦需同時考慮其相互間

的關係等，因此，圖是理想的表示方法之一。例如中文字的"呆"和"杏"，如圖一所示，若不考慮其部首間的結構關係，只以筆畫是很難區別它們的。

圖的表示法(Bunke and Sanfeliu, 1990)有很多種，較常用的包括有隨機圖(Random Graph)(Chen and Lieh, 1990)或具屬性關係圖(Attributed Relational Graph, ARG)(Tsai and Fu, 1979)等。在 ARG 圖中節點(Node)可代表其特徵或結構化物件的子部份，如中文字的部首，而節點間的邊(Branch)則可表示其節點間的關係，圖二是英文字"Y"的 ARG 表示圖。

以 ARG 為例，要去辨識一個結構化物件，會先建立其參考物件的 ARG 圖，當有一未知的物件待辨識時，會先把其資料轉為 ARG 圖，再對其 ARG 圖與參考物件的 ARG 圖間作圖與圖之比對，並依比對後的距離或相似程度決定輸入的物件是那個參考物件。

目前在這一方面的研究非常多，所使用的方法有鬆弛比對法(Relaxation Method)(Kitchen, 1980; Christmas et al., 1995)、子圖錯誤-更正法(Subgraph Error-Correcting Isomorphisms)(Tsai and Fu, 1979; Tsai and Fu, 1983)、類神經網路法(Neural Network)(Chen and Lin, 1994; Suganthan et al., 1995)、線性規算法(Linear Programming)(Umeyama, 1988; Almohamad and Duffuaa, 1993)、基因搜尋法(Genetic Search Method)(Wang, Fan and Horng, 1995)和近似法(Approximation Method)(El-Sonbaty and Ismail, 1998)等。

就技術而言，子圖的同形問題是 NP-Complete 問題，而圖的同形問題仍然是一個難解的問題(Open Problem)(Almohamad and Duffuaa, 1993)。因此，就實際的應用上能夠找到近似解或者能達到不錯的辨識率之方法，均是非常好的方法。El-Sonbaty and Ismail 於 1998 年所提的方法就是一個不錯的方法，但仍然有一些缺點。如能在對二個圖

形特徵做配對時，不只要依它們特徵間的距離，而且亦要考慮兩者間未配對特徵間的處罰，由此二者同時來決定其配對，才會得到較好的配對關係(Hsieh, Fan and Fan, 1995)。因此，本計畫希望能夠結合 El-Sonbaty and Ismail 和 Hsieh, Fan and Fan 的方法對圖與圖比對問題提出一個新的近似解法。

基於上述原因，本計畫主要是發展一個結合具處罰之二元加權比對方法(Bipartite Weighted Matching with Penalty Problem)之圖與圖比對問題的近似解法。其主要原理是以每一節點為中心，找出連接此節點所有邊的最佳比對距離，再由節點之距離算出圖的比對距離。而此二個比對方式均是透過具處罰之二元加權比對方法來求得，它不僅參考特徵間距離，亦參考未配對特徵的處罰，可讓配對結果更合理。除此之外，我們將以手寫文字辨識系統來驗證所提方法之可行性。

為了達成上述功能，本研究的主要工作項目包括(1)結合具處罰之二元加權比對方法之圖與圖比對問題的近似解法(2)手寫文字辨識系統之建立與效能評估。

### 三、研究方法及成果

本計畫提出一個圖與圖比對問題的一個新的近似法，它主要是基於結合具處罰之二元加權比對方法(Bipartite Weighted Matching with Penalty Problem)之圖與圖比對問題的近似解法。其主要原理是以每一節點為中心，找出連接此節點所有邊的最佳比對距離，再由節點之距離算出圖的比對距離，而此二個比對方式均是透過具處罰之二元加權比對方法來求得，它不僅考慮特徵間距離外，亦參考未配對特徵的處罰，可讓配對結果更合理。除此之外，我們以手寫文字辨識系統來驗證所提方法之可行性。底下我們將分別描述其作法：

#### 1. 建立圖與圖比對的近似法

首先對 ARG 圖做一定義，然後把每一個 ARG 圖分解成數個基本 ARG 圖(Basic ARG,

BARG)，再依具處罰之二元加權比對方法去求得邊上屬性間的配對距離，並算出每個 BARG 間的距離。然後，再由 BARG 間的距離及其處罰值，求得二個 ARG 圖最終的距離。其作法如下：

#### (1) 圖的表示法

我們採具屬性關係圖(ARG)來表示結構化物件，其定義如下：

$$G=(N, B, A, E, G_N, G_B),$$

其中，

N: 節點

B: 邊

A: 節點屬性集

E: 邊屬性集

$G_N$ : 產生節點屬性函數

$G_B$ : 產生邊屬性函數

#### (2) ARG 圖的分解

依每一節點把 ARG 圖分解為數個基本的 ARG 圖(Basic ARG, 簡稱 BARG)。對節點  $v_i$  其 BARG 指的是原 ARG 圖中保留與  $v_i$  相連的邊及節點。

#### (3) 具處罰的二元加權比對問題的解法

若  $V=\{v_1, \dots, v_m\}$ ,  $U=\{u_1, \dots, u_n\}$  分別表示二個要比對的圖形的特徵， $w_{ij}$  表示  $v_i$  和  $u_j$  配對時的配對距離， $s_i$  是當  $v_i$  未配對的處罰值， $t_j$  是當  $u_j$  未配對的處罰值，則可由

$$W' = \begin{bmatrix} W & S' \\ T' & O \end{bmatrix}$$

及匈牙利法 (Hungarian method) (Kuhn, 1955; Hsieh, Fan and Fan, 1995) 求得  $V$  和  $U$  之最佳配對。

#### (4) 計算二個 BARG 圖，其邊與邊對應的最小距離

邊與邊的對應可利用具處罰的二元加權比對問題之解法，求得其最佳解，並依此最佳解得到兩者間的距離。

#### (5) 計算二個 BARG 圖的距離

由步驟(4)計算出二個 BARG 圖間其邊的對應距離後，加上其節點間的距離，可得到此二個 BARG 圖的距離。

#### (6) 計算二個 ARG 圖的距離

ARG 圖先依節點數不同分別分解出與節點數相同個數之 BARG 圖，再對輸入及參考的 ARG 圖間兩兩之 BARG 圖，依步驟(5)之方法求得其距離。最後，加上未有配對之處罰，並且再利用具處罰的二元加權比對問題之解法得到 ARG 圖間的最佳配對距離。

#### (7) 選出最佳參考之 ARG 圖

輸入之 ARG 圖與所有參考的 ARG 比對後，選出最佳參考之 ARG 圖，當作辨識結果。

#### 2. 以手寫英數字辨識系統來驗證其可行性

為了驗證所提方法的可行性，我們以手寫英數字之辨識系統當作驗證的標的。此乃因為手寫英數字的變異度很大，利用傳統統計式的方法不易達到很高的辨識率且收集手寫英數字的樣本相對較手寫中文字來得方便。其作法包含(1)手寫文字影像的輸入(2)雜訊去除等的影像加強(3)細線化(4)筆畫抽取(5)輸入影像 ARG 圖的建立(6)輸入 ARG 圖與參考 ARG 圖的比對。

在我們實際的測試中，我們分別以手寫的數字 0-9 等 10 個字和大寫英文字 A-Z 等 26 個字分別做測試，其中每個字有 31 個樣本，我們自其中選擇一個當做參考字形，其餘則當做測試用字形。測試結果如圖三所示，而圖四則為英文字 A 的測試資料。

#### 四、結論與討論

在本計畫中，我們提出一個結合具處罰之二元加權比對方法之圖與圖比對問題的近似解法。最後，我們對手寫數字和英文字做測試，其結果分別為 96.33% 和 91.79%。雖然仍沒有統計式的辨識結果

好，但初步結果顯示本系統仍然可以再加以改進。未來我們的研究方向則將把統計式的方法用在處罰的權值之設計，以彌補目前只採用一個參考樣本之不足。

### 五、參考文獻

[1] Almohamad, H. A. and S. O. Duffuaa (1993). A linear programming approach for the weighted graph matching problem. IEEE Trans. Pattern Analysis Mach. Intell., Vol. 15, No. 5, pp. 522-525.

[2] Bunke, H. and A. Sanfeliu, Eds. (1990). Syntactic and structural pattern recognition: theory and applications. World Scientific, Singapore.

[3] Christmas, W. J., J. Kittler and M. Petrou (1995). Structural matching in computer vision using probabilistic relaxation. IEEE Trans. Pattern Analysis Mach. Intell., Vol. 17, No. 8, pp. 749-764.

[4] Chen, L.H. and J.R. Lieh (1990). Handwritten character recognition using a 2-layer random graph model by relaxation matching. Pattern Recognition, Vol. 23, No. 11, pp. 1189-1205.

[5] Chen, T.W. and W. C. Lin (1994). A neural networks approach to CSG-based 3D object recognition. IEEE Trans. Pattern Analysis Mach. Intell., Vol. 16, pp. 719-725.

[6] El-Sonbaty, Y. and M.A. Ismail (1998). A new algorithm for subgraph optimal isomorphism. Pattern Recognition, Vol. 31, No. 2, pp. 205-218.

[7] Hsieh, A. J., K.C. Fan and T. I. Fan (1995). Bipartite weighted matching for on-line handwritten Chinese character recognition. Pattern Recognition, Vol. 28, No. 2, pp. 143-151.

[8] Kitchen, L. (1980). Relaxation applied to matching quantitative relational structures. IEEE Trans. System, Man, Cybernet. Vol. 10, No. 2.

[9] Kuhn, H. W. (1955). The Hungarian method for the assignment problem. Naval Res. Log. Quart., Vol. 2, pp. 83-97.

[10] Suganthan, P., E. Teoh and D. Mital (1995). Pattern recognition by graph matching using the Potts MFT neural networks. Pattern Recognition, Vol. 28, pp. 997-1009.

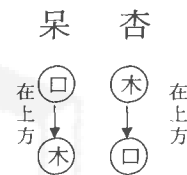
[11] Tsai, W.H. and K.S. Fu (1979). Error-correcting isomorphisms of

attributed relational graphs for pattern analysis. IEEE Trans. System, Man, Cybernet., Vol. 9, No. 12, pp. 757-768.

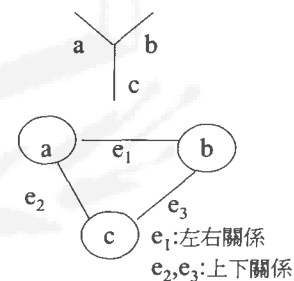
[12] Tsai, W.H. and K.S. Fu (1983). Subgraph error-correcting isomorphisms for syntactic pattern recognition. IEE Trans. System, Man, Cybernet., Vol. 13, No. 1, pp. 48-62.

[13] Umeyama, S. (1988). An eigendecomposition approach to weighted graph matching problems. IEEE Trans. Pattern Analysis Mach. Intell., Vol. 10, pp. 695-703.

[14] Wang, Y.K., K.C. Fan and J.T. Horng (1995). Error-correcting isomorphism of directed graphs by genetic-based search. Journal of Information Science and Engineering, Vol. 11, No. 1, pp. 127-151.



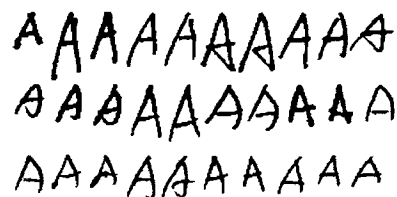
圖一 中文字的結構關係



圖二 英文字"Y"的 ARG 表示圖

手寫字集	辨識率
0-9	96.33%
A-Z	91.79%

圖三 手寫數字與大寫英文字辨識結果



圖四 手寫英文字"A"的測試樣本