

嘉南藥理學院專題計劃成果報告

二維火災數學模式分析與模擬

計畫編號:CNIS-88-09

執行期間:87年9月1日至88年6月30日

計畫類別: 個別型

整合型

主持人:

計畫總主持人:

協同研究:

協同研究:

摘要

本研究以個人電腦與數值分析軟體 Macsyma,去分析模擬二維密閉空間的火災。過程中將三維問題簡化為二維,並應用流體力學的知識作假設,以符合個人電腦與 Macsyma 的計算能力。成果足可幫助人們理解並預測火災行為。

關鍵字:火災,數值計算,Navier-Stokes 方程式

前言

火災是複雜的化學反應與物理現象的綜合行為。預測火災行為對消防滅火相當重要。本計畫從數學模式出發,以流體力學與數值分析軟體去分析模擬二維密閉空間的火災。

火災行為的數值分析可分為區域模式與場模式。區域模式將火場分為燃燒區、上升熱氣流、屋頂下熱空氣層、與最底下之冷空氣層等區域。其優點為簡單,易於分析。缺點為以人為的區域

劃分限制火場各個空間的交互作用。場模式包含完善的物理、化學描述,以 Navier-Stokes 方程式加上適切的邊界條件,是一公認的理想模式。但因其屬三維的偏微分方程式,以往須高速的計算機與昂貴的數值分析軟體才能一探究竟,今日因個人電腦的長足進步,以往在大型主機的複雜計算,已可由個人電腦執行。本研究即以個人電腦與數值分析軟體 Macsyma,去分析模擬二維密閉空間的火災,嚐試以個人電腦研究火災行為。

本文

火災的數學方程式可以以下列表示:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{u} \nabla \rho = -Q + \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \nabla^2 \rho$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{F} + \nabla p - \rho \bar{g} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \bar{u}$$

$$\nabla^2 p = f$$

其中

$$\bar{F} = -\bar{u} \times \bar{\omega} + \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right)$$

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{u}$$

$$f = -\nabla \cdot (\bar{F} + \rho \bar{g})$$

上列式子中 ρ 為密度, u 為速度, p 為壓力, g 為重力加速度, Re 為 Reynolds number, Pr 為 Prandtl number, t 為時間, Q 為熱源。另外為簡化計算上列式子不考慮實際尺寸大小,若欲求實際尺寸的效果,只須用下列式子調整

$$\hat{u} = U \bar{u}$$

$$\hat{p} = \rho_0 U^2 p$$

$$\hat{\rho} = \frac{\rho_0 U^2}{gH}$$

$$\hat{x} = H \bar{x}$$

$$\hat{t} = \frac{Ht}{U}$$

$$U = \left(\frac{q_0 g}{\rho_0 C_p T_0} \right)^{1/3}$$

其中 U 為速度大小, H 為密閉空間的高度, ρ_0 為周圍空氣的密度, q_0 為每單位長度單位時間所增加的熱量, g 為重力加速度, T_0 為周圍溫度, C_p 為氣體之定壓比熱。

熱源方面,作者假設 Q 為一穩定性的熱源。邊界條件方面,作者假設氣流不流進、不流出,在牆壁不滑動。牆壁為 adiabatic(隔熱)且保持一定溫度。初始條件為氣流靜止。

此模式是假設為無消散的熱膨脹流體,且密度的變化不大。在二維的計算中作者試圖將黏滯性的消散與熱傳導同時包含進來。在高解析度的計算中,同時包含傳導與小尺寸的消散是可行的。

經過多次的計算與模擬,發現二維的 Navier-Stokes 大部分可經由積分求得。Reynolds number 則受限於計算的解析能力,其值必須與計算網目的數目相當。有二種消散的原因,一為發

生在流體內部,流體因黏滯與傳導的平滑化。二為邊界層效應,其會在邊界產生小尺度的結構。其中因消散所引起的平滑問題可以藉由改變邊界條件去檢查。

改變 g 的方向,可模擬火災在斜向坑道的行為。此時引用相對位置的觀念,真正改變方向的是密閉空間,而非地心引力。作者希望以後能對此斜向坑道作更深入的研究,找出斜向角度與火燄或煙霧傳播速度的關係。

本研究主要目的為對個人電腦模擬火災行為的計算能力做先行性的探討,繪圖與動畫模擬則有待更強的個人電腦出現,在作者撰寫報告的同時,AMD 公司所發表的 Athlon CPU 可能提供一個良好的解決工具。軟體方面,此研究所用軟體為 Macsyma, 其偏微分計算能力良好,唯作者使用學生版,多方受限。若能針對上述軟硬體的問題加以改進,相信可以使用個人電腦對三維的火災行為作模擬,並做動畫展示。

