行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

不規則波列與潛沒透水結構物的互制研究（I）
研究成果報告(精簡版)

計 畫 類 別 ：個別型
計 畫 編 號 ：NSC 97-2221-E-041-022-
執 行 期 間 ：97 年 08 月 01 日至 98 年 07 月 31 日
執 行 單 位 ：嘉南藥理科技大學休閒保健管理系

計 畫 主 持 人 ：董志明

處 理 方 式 ：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 98 年 10 月 30 日

附件一

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 ☑ 成 果 報 告 □期中進度報告

不規則波列與潛沒透水結構物的互制研究 (I)

計畫類別：☑ 個別型計畫　　□ 整合型計畫
計畫編號：NSC 97-2221-E-041-022-
執行期間：　97 年　8 月　1 日至　98 年　7 月　31 日

計畫主持人：董 志 明
共同主持人：
計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☑精簡報告　□完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：
□赴國外出差或研習心得報告一份
□赴大陸地區出差或研習心得報告一份
□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢
□涉及專利或其他智慧財產權，□一年□二年後可公開查詢

執行單位：嘉南藥理科技大學休閒保健管理系

中　華　民　國　　98　年　10　月 29　日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

不規則波列與潛沒透水結構物的互制研究 (I)

On the interaction between random wave trains and submerged permeable structures (I)

計畫編號：NSC 97-2221-E-041-022-

執行期限：97 年 8 月 1 日至 98 年 7 月 31 日

主持人：董志明　嘉南藥理科技大學休閒保健管理系

一、中文摘要

潛堤目前已經廣泛的用於海岸的保護上，潛堤設置的用意為提早破壞波浪結構及消散波力與能量，減少波浪對海岸的直接衝擊，進而達到保護灘線與維護自然景觀的目的。近來人造多孔結構物(如: 碎石防波堤、人工魚礁、海堤的護甲層)已引起海岸工程界廣泛的興趣與討論，由於實際海面是不規則的，所以正確的呈現不規則波浪與潛沒透水結構物的互制現象是工程設計時相當重要的課題。本計畫規劃為兩年期，而目前正在執行的計劃(97.08~98.07)為開發線性不規則波數值造波模式，並輔以座標轉換的技巧，研究不規則波列與任意形狀之不透水潛沒結構物的互制作用。

關鍵詞：黏性數值波浪水槽、不規則波列、潛沒不透水結構物

Abstract

Submerged breakwaters are widely used for coastal protection against wave attack. The goal of this kind of structure is to reduce the transmitted wave energy by reflecting the waves and dissipating the incident wave energy by breaking up the waves. Recently, artificial porous structures such as rubble-mound breakwaters and artificial fishing reefs or armor layers for the protection of seawalls have received great interest in coastal and harbor engineering. Natural, sea waves will be irregular, with stochastically varying wave heights and periods. An accurate representation of the submerged permeable structure response under irregular wave attack is of prime importance for engineering design purposes. The main purpose of the present project in the first year (97.08~98.07) is to develop a numerical linear random wave tank and using this numerical tank to investigate the interaction between random wave trains and submerged impermeable structures.

Keywords: viscous numerical wave tank, random wave trains, submerged impermeable structures

二、研究目的及文獻探討

早期人類為了抵擋波浪對沙灘及近岸房舍的破壞，便於岸邊築起一道道宛如海上萬里長城的海堤，海堤的修築雖然使波浪對近岸的破壞暫時得到減緩，但波浪於堤前的反射導致一段時日後海堤的堤趾便會嚴重沖刷而崩壞；除此之外，海堤的修築也阻擋了人們與大海親近的機會，有鑑於此，便有離岸堤的產生，離岸堤主要是將海堤的結構搬至外海，其功用是將波浪的能量阻攔在外海，削減其傳至近岸的能量以達保護灘面的效果，但離岸堤的設置會導致近岸船隻進出的不便，離岸潛堤於焉而生，離岸潛堤的施工為達方便之效大都於近岸先製作沈箱，然後以船隻將沈箱拖拉至規劃地點擺放，所以早期的潛堤都屬於不透水的形式，波浪通過潛堤時會因水深急遽變淺非線性效應增大而產生波高較大的高階波，此高階波(又稱為自由波)是由近乎共振交互作用(near-resonant interaction)所產生的，此現象由 Bryand[1]接櫫於世人面前後，引起許多學者對此現象的興趣，因此在西元 1980-2000 年間所多學者投身於波浪與潛沒不透水結構物非線性互制的研究，如:Massel[2］、Rey[3]等

人使用勢流理論結合非線性邊界條件，探討自由波與強制波的生成機制；Beji and Battjes[4]、Schaffer and Madsen[5]則使用 Boussinesq-type 的方程式去研究波浪通過潛堤的現象；Kittitanasuan 等人[6]、Driscoll 等人[7]、Ohyama and Nadaoka[8]則使用邊界元素法求解 Laplace 方程及非線性的自由液面邊界條件，探討波浪與潛沒不透水結構物的交互作用；上述的研究對於潛堤上方波高的描述都有不錯的效果，但是對於潛堤附近流場的描述則都不盡理想(因為無法描述渦流的現象)，於是求解 Navier-Stokes type 方程式的研究陸續出現，如：Huang and Sue[9]、Huang and Dong[10]…等。

近年來許多學者研究發現，透水潛堤的多孔材質能大幅減少入射波的能量，其消波的效果優於不透水潛堤；除此之外，透水潛堤因存在許多大小不等的孔隙，於是變成近岸魚群良好的庇護場所，因此許多學者興起以數值計算的方式研究規則波浪與透水潛堤的互制作用(Sakakiyama and Kajima[11]、Van Gent[12]、Liu 等人[13]、Huang 等人[14]、Garcia 等人[15])；但實際海面的波浪是不規則且隨機的，為了使研究成果能用於解決實際的海岸問題上，考慮波浪的隨機性是極其必要的，目前關於以數值計算方式研究不規則波與透水潛堤互制現象的研究有:Avgeris 等人[16]使用 Boussinesq-type 的模式求解潛堤透水性對不規則波列的影響；Lara 等人[17]則使用求解 Navier-Stokes type 的模式研究不規則波與透水潛堤的互制，然而這方面研究的相關文獻目前還相當少，許多相關的機制尚待釐清。本計畫主持人已開發完成求解 Navier-Stokes 方程以及完整的自由液面邊界條件的數值黏性波浪水槽(Dong [18])，並用其研究波浪與不透水潛堤互制時的非線性效應及渦流特性(黃、董及郭[19, 20]，Huang and Dong [21]，Dong and Huang [22])，近來更結合橢圓餘弦造波理論，完成橢圓餘弦數值造波水槽的模式(董等人[23])，本計畫的目的即在進一步開發此模式使其可用於研究不規則波列與透水潛堤的互制上。

三、研究方法

本計畫的研究示意圖如圖 1 所示，而第一年所欲探討的問題為開發不規則波數值造波模式，並輔以座標轉換的技巧，研究不規則波列與任意形狀之不透水潛沒結構物的互制作用。

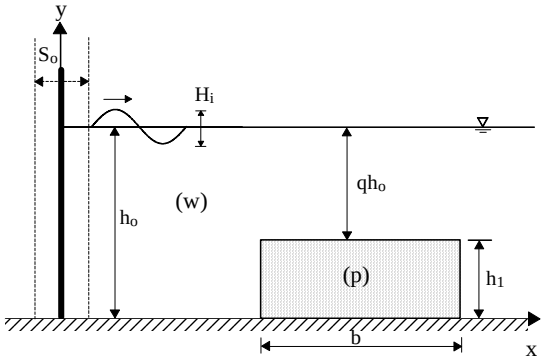


圖 1 本研究之示意圖

本計畫第一年的研究擬以座標轉換的技巧，探討不規則波列與任意形狀之不透水潛沒結構物的互制作用，為了將紊流的影響納入，本研究計畫在水體(圖 1 W 區)的計算上擬求解 $k-\varepsilon-E$ 模式。在曲線座標系統下 $k-\varepsilon-E$ 模式可寫為：

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(U\xi_x+V\xi_y)+\frac{\partial}{\partial\eta}(U\eta_x+V\eta_y)=0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&g^{11}U_{\xi\xi}+g^{22}U_{\eta\eta}+2g^{12}U_{\xi\eta}+f^1U_\xi+f^2U_\eta\\&=\frac{R_{eff}}{J}\{[U-\frac{2}{J}(b_1^1\upsilon_{t,\xi}+b_1^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_1^1U_\xi+b_1^2U_\eta)\\&+[V-\frac{1}{J}(b_2^1\upsilon_{t,\xi}+b_2^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_2^1U_\xi+b_2^2U_\eta)\}\\&+R_{eff}U_t+s_U\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}&g^{11}V_{\xi\xi}+g^{22}V_{\eta\eta}+2g^{12}V_{\xi\eta}+f^1V_\xi+f^2V_\eta\\&=\frac{R_{eff}}{J}\{[U-\frac{1}{J}(b_1^1\upsilon_{t,\xi}+b_1^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_1^1V_\xi+b_1^2V_\eta)\\&+[V-\frac{2}{J}(b_2^1\upsilon_{t,\xi}+b_2^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_2^1V_\xi+b_2^2V_\eta)\}\\&+R_{eff}V_t+s_V\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&g^{11}k_{\xi\xi}+g^{22}k_{\eta\eta}+2g^{12}k_{\xi\eta}+f^1k_\xi+f^2k_\eta\\&=\frac{R_{eff}}{J}\{[\sigma_kU-\frac{1}{J}(b_1^1\upsilon_{t,\xi}+b_1^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_1^1k_\xi+b_1^2k_\eta)\\&+[\sigma_kV-\frac{1}{J}(b_2^1\upsilon_{t,\xi}+b_2^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_2^1k_\xi+b_2^2k_\eta)\}\\&+\sigma_kR_{eff}k_t+s_k\end{aligned} \tag{4}$$

$$
\begin{aligned}
& g^{11}\varepsilon_{\xi\xi} + g^{22}\varepsilon_{\eta\eta} + 2g^{12}\varepsilon_{\xi\eta} + f^{1}\varepsilon_{\xi} + f^{2}\varepsilon_{\eta} \\
&= \frac{R_{eff}}{J}\{[\sigma_{\varepsilon}U - \frac{1}{J}(b_1^1\upsilon_{t,\xi} + b_1^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_1^1\varepsilon_{\xi} + b_1^2\varepsilon_{\eta}) \\
&\quad + [\sigma_{\varepsilon}V - \frac{1}{J}(b_2^1\upsilon_{t,\xi} + b_2^2\upsilon_{t,\eta})]\cdot(b_2^1\varepsilon_{\xi} + b_2^2\varepsilon_{\eta})\} \\
&\quad + \sigma_{\varepsilon}R_{eff}\,\varepsilon_t + s_{\varepsilon}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

式中

$$\frac{1}{R_{eff(U,V)}} = \frac{1}{R_e} + \upsilon_t$$

$$\frac{1}{R_{eff(k)}} = \frac{1}{R_e} + \frac{\upsilon_t}{\sigma_k}$$

$$\frac{1}{R_{eff(\varepsilon)}} = \frac{1}{R_e} + \frac{\upsilon_t}{\sigma_{\varepsilon}}$$

$$
\begin{aligned}
s_U &= R_{eff}[\frac{1}{J}(b_1^1P_{\xi} + b_1^2P_{\eta}) + \frac{2}{3J}(b_1^1k_{\xi} + b_1^2k_{\eta}) \\
&\quad - \frac{1}{J^2}(b_2^1\upsilon_{t,\xi} + b_2^2\upsilon_{t,\eta})\cdot(b_1^1V_{\xi} + b_1^2V_{\eta})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_V &= R_{eff}[\frac{1}{J}(b_2^1P_{\xi} + b_2^2P_{\eta}) + \frac{2}{3J}(b_2^1k_{\xi} + b_2^2k_{\eta}) \\
&\quad - \frac{1}{J^2}(b_1^1\upsilon_{t,\xi} + b_1^2\upsilon_{t,\eta})\cdot(b_2^1U_{\xi} + b_2^2U_{\eta})]
\end{aligned}
$$

$$s_k = -\sigma_k R_{eff}(G - \varepsilon)$$

$$s_{\varepsilon} = -\sigma_{\varepsilon}R_{eff}(c_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}G - c_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k})$$

$$\sigma_k = \frac{c_{\mu}}{c_k}$$

$$\sigma_{\varepsilon} = \frac{c_{\mu}}{c_{\varepsilon}}$$

$$
\begin{aligned}
G &= \upsilon_t\{2[\frac{1}{J}(b_1^1U_{\xi} + b_1^2U_{\eta})]^2 + 2[\frac{1}{J}(b_2^1V_{\xi} + b_2^2V_{\eta})]^2 \\
&\quad + [\frac{1}{J}(b_1^1V_{\xi} + b_1^2V_{\eta} + b_2^1U_{\xi} + b_2^2U_{\eta})]^2\}
\end{aligned}
$$

$$J = x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta} = b_1^1b_2^2 - b_1^2b_2^1$$

$$
\begin{cases}
b_1^1 = y_{\eta} = J\xi_x \\
b_1^2 = -y_{\xi} = J\eta_x \\
b_2^1 = -x_{\eta} = J\xi_y \\
b_2^2 = x_{\xi} = J\eta_y
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
g^{11} = \dfrac{1}{J^2}\left(\left(b_1^1\right)^2 + \left(b_2^1\right)^2\right) \\
g^{22} = \dfrac{1}{J^2}\left(\left(b_1^2\right)^2 + \left(b_2^2\right)^2\right) \\
g^{12} = \dfrac{1}{J^2}\left(b_1^1b_1^2 + b_2^1b_2^2\right)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
f^1 = \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial}{\partial\xi}\left(Jg^{11}\right) + \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial}{\partial\eta}\left(Jg^{21}\right) \\
f^2 = \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial}{\partial\xi}\left(Jg^{12}\right) + \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial}{\partial\eta}\left(Jg^{22}\right)
\end{cases}
$$

其中($c_{\mu}, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, c_k, c_{\varepsilon}$)為實驗的常數值，分別為($0.09, 1.44, 1.92, 0.09, 0.09/1.3$)。

求解(1)-(5)式時較困難的部分為底部邊界條件的處理，常見處理固體邊界的方法有牆函數法(wall-function method)、低雷諾數模式法(low-Reynolds-number-modelling method)與雙層模式(two-layer model)，牆函數法主要上基於流速剖面符合對數率分佈的原則，連結邊壁剪力與最靠近邊壁的第一計算點(須位於完全紊流區)，如此可避開邊界層內黏性次層區與過渡區的計算，其底床格網不需太密，但若用於波浪場的計算時並無法描述波浪邊界的超射現象(overshooting)，而且不允許流體於底床處產生分離的現象；至於低雷諾數流模式同樣在描述底床流體產生分離的現象時也會有結果不理想的情況，因此在固體邊界的處理上本研究擬採用雙層模式。

單向不規則造波的數值方法有許多種，但大多的方法都是建立在線性波浪理論的基礎上，故本文目前不規則波的生成初步先採取線性模式。由線性的造波理論可知當水面波動為

$$\eta_i(x,t) = a_i\cos(k_ix - \omega_it + \varepsilon_i) \tag{6}$$

相應的造波板(piston-type)衝程函數 $X(t)$ 為

$$X_i(t) = e_i\sin(\omega_it - \varepsilon_i) \tag{7}$$

其中

$$\frac{a_i}{e_i} = \frac{2(\cosh 2k_ih - 1)}{\sinh 2k_ih + 2k_ih} \tag{8}$$

由線性理論可知欲生成水面波動 $\eta(x,t) = \sum_{i=1}^{n}\eta_i(x,t)$ 時所需的造波板衝程函數 $X(t)$ 應為

$$X(t) = \sum_{i=1}^{n}X_i(t) = \sum_{i=1}^{n}e_i\sin(\omega_it - \varepsilon_i) \tag{9}$$

將(9)式代入上述數值造波水槽模式中之造波板上側向邊界條件，即可建構出黏性數值不規則波造波水槽。

為了使波浪能透過下游邊界而不產生反射，本計畫擬將原數值模式(董等人[23])下游邊界條件的處理由原先的輻射邊界改為海綿層(sponge layer)吸收邊界與Sommerfeld條件相結合的處理方式。

四、結果與討論

為了證實本數值不規則波造波模式的準確性，本研究將本模式的不規則波造波結果與 Goda-JONSWAP 目標波譜做一比較，造波條件為靜水深(h_o)40 cm、指示波高($H_{1/3}$)1.0 cm、主頻(f_p)為 0.625 Hz、譜峰參數(γ)為 1.0，數值模式所造波列的頻譜圖與與目標波譜(Goda-JONSWAP 波譜)之比較如下圖所示，由圖 2 明顯發現本數值模式的頻譜圖與 Goda-JONSWAP 波譜相當吻合，代表本數值不規則波造波模式的準確度相當良好。

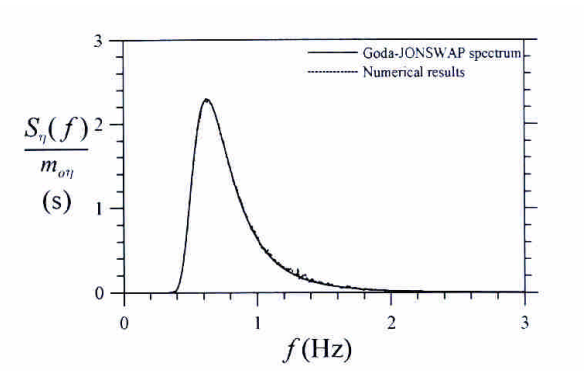


圖 2 本不規則波數值造波模式模擬結果與 Goda-JONSWAP 目標波譜比較圖。

為進一步測試本數值模式結合座標轉換用於模擬波浪與各式潛沒結構物互制作用的情形，本研究特別針對波浪條件為靜水深(h_o)40 cm、波高(H_o)2.0 cm、週期(T)2.0 sec 之規則波通過寬為 $0.8h_o$、高 $0.4h_o$ 的半圓形、三角形及正方形潛沒底床做一模擬比較，流場結果分別如圖 3-圖 5 所示，各圖中的(a)-(d)分別為相位 $t/T=1/8$、$t/T=3/8$、$t/T=5/8$、$t/T=7/8$ 時的結果，由圖可發現在相同相位下因潛堤的幾何形狀不同，流體於結構物表面所產生的分離狀況也不同，其中因正方形最不趨向流線型，故其流體分離現象較明顯，而圓形較趨向流線型，因此其分離現象則不明顯。

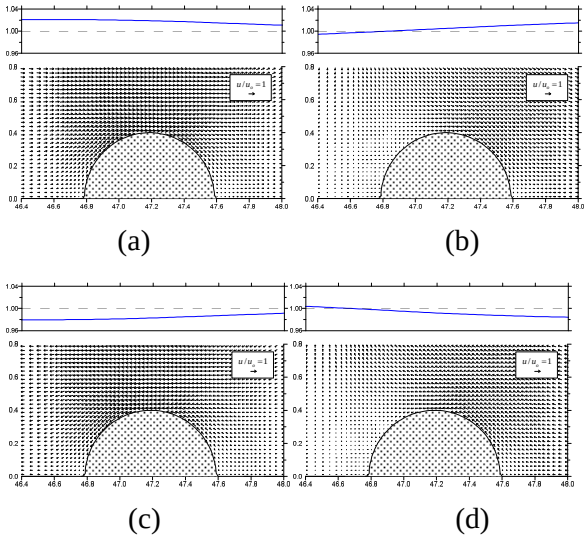


圖 3 週期 2.0sec、波高 2.0cm、靜水深 40cm 的波浪通過寬為 $0.8h_o$、高 $0.4h_o$ 的半圓形潛沒底床時不同時刻之流場圖。

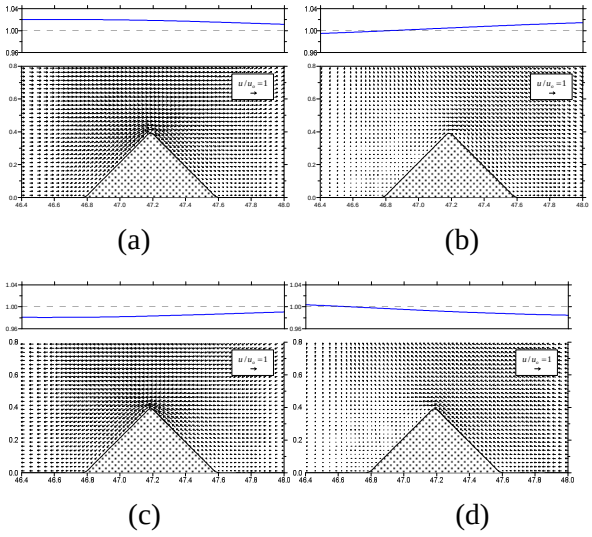
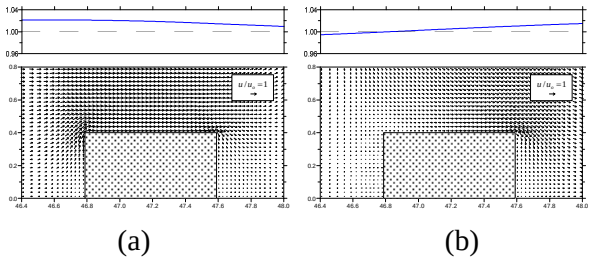
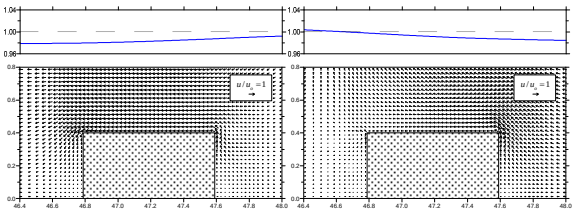


圖 4 週期 2.0sec、波高 2.0cm、靜水深 40cm 的波浪通過寬為 $0.8h_o$、高 $0.4h_o$ 的三角形潛沒底床時不同時刻之流場圖。





(c) (d)

圖 5 週期 2.0sec、波高 2.0cm、靜水深 40cm 的波浪通過寬為 $0.8h_o$、高 $0.4h_o$ 的正方形潛沒底床時不同時刻之流場圖。

圖 6 為造波條件為靜水深(h_o)40 cm、指示波高($H_{1/3}$)4.0 cm、主頻(f_p)為 0.625 Hz、譜峰參數(γ)為 3.3 的不規則波列通過下列三種條件下的矩形潛堤時於潛堤上方波列的頻譜圖，Case1 為無放置任何潛堤的情況，故其頻譜與目標波譜接近，至於 Case2 因其潛堤高度還不是很高，故高階非線性能量移轉現象不明顯，因此其結果與 Case1 雷同，而 Case3 因其潛堤上方水深較淺，故非線性現象明顯，在頻譜主頻旁側(sideband)先產生能量轉移現象(產生 f_1、f_2)，後再藉由非線性時的 superharmonics 效應，能量進一步移轉至 f_p+f_1、f_1+f_2 的更高頻分量處。

表 1 矩形潛堤的幾何參數值

Case	潛堤上方水深	堤寬
1	40 cm	0 m
2	20 cm	2.84 m
3	10 cm	2.84 m

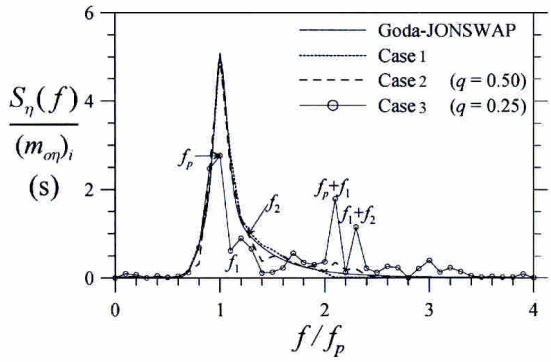


圖 6 靜水深(h_o)40 cm、指示波高($H_{1/3}$)4.0 cm、主頻(f_p)為 0.625 Hz、譜峰參數(γ)為 3.3 的不規則波列通過三種不同矩形底床之頻譜圖。

五、計畫成果自評

本研究的成果相當豐碩，而大致主要的成果可歸納為下列二項：

1. 開發出不規則波通過任意形狀不透水的潛沒結構物之紊流計算模式，將來此模式可進一步用來研究許多不規則波列與各式不透水潛沒結構物的互制問題。
2. 已利用此模式瞭解部分不規則波列與不透水潛堤互制時波譜能量轉移的機制，將來對於現場潛堤的設計規劃應有重要的幫助。

六、參考文獻

[1] Bryant, P.J., 1973. Periodic waves in shallow water. *J. Fluid Mech.*, Vol. 59, pp. 625-644.

[2] Massel, S.R., 1983. Harmonic generation by waves propagation over a submerged step. *Coastal Eng.*, Vol. 7, pp. 357-380.

[3] Rey, V., M. Belzons and E. Guazzelli, 1992. Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar. *J. Fluid Mech.*, Vol. 235, pp. 453-479.

[4] Beji, S. and J.A. Battjes, 1994. Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar. *Coastal Eng.*, Vol. 23, pp. 1-16.

[5] Schaffer, H.A. and P.A. Madsen, 1995. Further enhancements of Boussineaq-type equations. *Coastal Eng.*, Vol. 26, pp. 1-14.

[6] Kittitanasuan, W., Y. Goda and T. Shiobara, 1993. Deformation of nonlinear waves on a rectangular step. *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 36, pp. 133-153.

[7] Driscoll, A.M., R.A. Dalrymple and S.T. Grill, 1992. Harmonic generation and transmission past a submerged rectangular obstacle. *23rd Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp. 1142-1152.

[8] Ohyama, T. and K. Nadaoka, 1994.

Transformation of a nonlinear wave train passing over a submerged shelf without breaking. *Coastal Eng.*, Vol. 24, pp. 1-22.

[9] Huang, R.R. and Y.C. Sue, 1998. Numerical simulation on nonlinear interaction of water waves with submerged obstacles. *Proc. Flow Modeling and Turbulence Measurements VII, Taiwan, ASCE*, pp. 545-554.

[10] Huang, C.J. and C.M Dong., 1999. Wave deformation and vortex generation in water waves propagating over a submerged dike. *Coastal Eng.*, Vol. 37, pp. 123-148.

[11] Sakakiyama, T. and R. Kajima, 1992. Numerical simulation of nonlinear wave interacting with permeable breakwaters. *23rd Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp. 1517-1530.

[12] Van Gent, M.R.A., 1995. Wave interaction with permeable coastal structures. *Ph.D. Thesis*, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

[13] Liu, P.L.-F., P. Lin, K.A. Chang and T. Sakakiyama, 1999. Numerical modeling of wave interaction with porous structures. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, Vol. 125, pp. 322-330.

[14] Huang, C.J., H.H. Chang and H.H. Hwung, 2003. Structural permeability effects on the interaction of a solitary wave and a submerged breakwater. *Coastal Eng.*, Vol. 49, pp. 1-24.

[15] Garcia, N., J.L. Lara and I.J. Losada, 2004. 2-D numerical analysis of near-field flow at low-crested permeable breakwaters. *Coastal Eng.*, Vol. 51, pp.991-1020.

[16] Avgeris, I., T.V. Karambas and P. Prinos, 2004. Boussinesq modeling of wave interaction with porous submerged breakwaters. *29th Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp. 604-616.

[17] Lara, J.L., N. Garcia and I.J. Losada, 2006. RANS modelling applied to random wave interation with submerged permeable structures. *Coastal Eng.*, Vol. 53, pp.395-417.

[18] Dong, C.M., 2000. The development of a numerical wave tank of viscous fluid and its applications. *Ph D thesis*, National Cheng Kung Univ., Tainan, Taiwan.

[19] 黃清哲、董志明、郭金棟，1996，「波浪通過不平滑底床的變形」，*中國土木水利工程學刊*，第八卷，第四期，625-636 頁。

[20] 黃清哲、董志明、郭金棟，1998，「波浪通過梯形潛堤的變形」，*中國土木水利工程學刊*，第十卷，第四期，397-406 頁。

[21] Huang, C.J. and C.M Dong., 1999. Wave deformation and vortex generation in water waves propagating over a submerged dike. *Coastal Eng.*, Vol. 37, pp. 123-148.

[22] Dong, C.M. and C.J. Huang, 1999. Vortex generatation in water waves over a submerged rectangular dike. *9th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*,Vol. 3, pp. 388-395.

[23] 董志明、黃惠欽、黃清哲，2005，「數值波浪水槽中 Cn 波之產生及其傳遞特性之研究」，*海洋工程學刊*，第五卷，第一期，13-30 頁。