嘉南藥理科技大學專題研究計畫成果報告

計畫編號：CNMI94-01

計畫名稱：推估未知觀測值在已知分配下的信賴區間

執行期間：94 年 1 月 1 日至 94 年 12 月 31 日

■整合型計畫　　□個別型計畫

計畫總主持人：陸海林　　計畫主持人：

子計畫 1 主持人：陸海林

對極值(Extreme value)分配資料推估未之觀測值之信賴區間

子計畫 2 主持人：薛雅明

對常態對數(lognormal)分配資料推估未之觀測值之信賴區間

子計畫 3 主持人：陸海林

對柏拉圖(Pareto)分配資料推估未之觀測值之信賴區間

中華民國 95 年 02 月 28 日

總計畫名稱：推估未知觀測值在已知分配下的信賴區間

子計畫 3：對柏拉圖(Pareto)分配資料推估未之觀測值之信賴區間

柏拉圖(Pareto)分配於商業上運用的非常廣汎，在此分配下預估未知元件或未來再發生事件時，通常需估計母體分配之參數，在實務上，資料的收集常常由於時間的限制與經費的不許可，而得不到完全的資訊，如此不完全資料我們稱爲 censored data，通常分爲 type I censored sample 與 type II censored sample(see Lee)，如此之資料不易估計母體分配之參數。

本文提出以一些適當的基準量(Pivotal)，對於多邊型二設限樣本(包含完全資料與 type II censored scheme— type II right censored data、type II left censored data、type II double censored data)下二參數柏拉圖(Pareto)分配，預測樣本大小爲 n 中第 j 個元件順序觀測值之信賴區間。另外，在相同之設限樣本下，討論其近似預測區間，最佳線性不偏估計，與近似最大概似估計。在實際應用上，對於壽命試驗的耐用時間，可以預測出系統大小爲 n 之第 j 個元件的故障時間。

二參數柏拉圖(Pareto)分配定義如下:

$$F(x) = 1 - (\frac{\beta}{x-\alpha})^k \tag{1}$$

其中 k 已知名，x> $\alpha+\beta$ 。

我們所提出一個與觀測值有關的基準量(pivotal quantity)，其機率分布與參數 μ 與 σ 無關。令 $Q(X)$爲此基準量且假設型態如$\{q_1<Q<q_2\}$之區間且可以被轉換成型態如$\{L(X)<X_{(j)}<U(X)\}$之 $X_{(j)}$的預測區間；如果 $P\{q_1<Q<q_2\}=1-\alpha$, 於是提供$(L(X),U(X))$爲 $X_{(j)}$的一個$(1-\alpha)100\%$之信賴區間；於此我們所提出的基準量爲

$$U_1 = \frac{X_{(j)} - X_{(n-s)}}{W_1}, \qquad n-s < j \le n, \tag{2}$$

where

$$\tilde{W}_1 = \sum_{i=2}^{c} \frac{f(EX_{(n_i)})}{\sum_{t=2}^{c} f(EX_{(n_t)})}(X_{(n_i)} - X_{(n_1)}),$$

$$\tilde{W}_2 = \sum_{i=1}^{n_1-1} \frac{f(EX_{(i)})}{\sum_{t=1}^{n} f(EX_{(t)})}(X_{(n_2)} - X_{(n_1)}) + \sum_{i=2}^{c} \frac{f(EX_{(i)})}{\sum_{t=1}^{n} f(EX_{(t)})}(X_{(n_i)} - X_{(n_1)})$$

$$+ \sum_{i=1}^{c-1} \sum_{j=n_i+1}^{n_{i+1}-1} \frac{f(EX_{(j)})}{\sum_{t=1}^{n} f(EX_{(t)})}(X_{(n_i)} + X_{(n_{i+1})} - 2X_{(n_1)})/2$$

$$+ \sum_{i=n_c+1}^{n} \frac{f(EX_{(i)})}{\sum_{t=1}^{n} f(EX_{(t)})}(X_{(n_c)} - X_{(n_1)}),$$

$$\tilde{W}_3 = \prod_{i=2}^{c} (X_{(n_i)} - X_{(n_1)})^{\frac{f(EX_{(n_i)})}{\sum_{t=2}^{c} f(EX_{(nt)})}},$$