

嘉南藥理科技大學專題研究計畫成果報告

最佳可靠度之網路探討

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：CNMI-91-02

執行期間：91 年 1 月 1 日至 91 年 12 月 31 日

計畫主持人：謝碧雪

共同主持人：

計畫參與人員：

執行單位：資管系

中華民國 92 年 1 月 10 日

一. 中文摘要及關鍵詞

中文摘要：

網路之最佳可靠度係指在同樣的 $G(p, q)$ 網路中，哪一種架構的網路最能發揮傳輸的功能；此處 G 代表一的網路的結構圖形， p 為 G 之節點數， q 為 G 之線路數；亦即再經費一定的原則下，如何架設網路才能使建構出來的傳輸系統保持在最佳狀態---中斷率最低。

目前已知具有最佳可靠度之網路為布林 n -立方網路。此種網路的結構具有再造性；即二個完全一樣的布林 n -立方網路可結合成一個布林 $(n+1)$ -立方網路。此種結構的特點正式利用乘積把二個網路串連成一個新的網路。本研究主要的目的是探討：利用乘積把二個不同架構的網路（注意：布林 $(n+1)$ -立方網路是由二結構完全一樣的布林 n -立方網路乘積而得）串連成一個新的網路時，是否具有最佳可靠度？

步驟如下：

1. 找出哪種乘積的架構必具最佳可靠度。
2. 具最佳可靠度的網路有哪些共同的特點？
3. 可否利用這些共同的特點，提出另一種產生最佳可靠度網路之方法？

關鍵詞：笛卡兒乘積圖形，最大連通，超級連通。

Abstract

The project is to survey the connectivity properties on Cartesian product of two graphs, and try to offer a way of finding the all disjoint paths between any two points of it.

The study is divided into two parts: one is based on the case of connected of the two graphs. We try to find whether the Cartesian product of this two graphs is maximum connectivity and/or super connectivity or not, and try to offer a way of finding the all disjoint paths between any two points of it.

As a result, especially, the way of finding the all disjoint paths between any two points, not only makes the theory about Cartesian product more perfectly but also offers a design of network such that the network is high reliability and economy.

Keywords: Cartesian product, maximum connectivity, super connectivity.

二. 內容

前言：網路架構的理論是圖論，尤其是連通圖形的部分。如何市網路的架設成本降低而仍保有高效率的流通量（可靠度），除了材料成本考量外，最重要的莫過於整個節點與路徑的設計。優良的網路設計是以最少的材料花費來達到最高的可靠度。可靠度的衡量分兩方面：一是由整個網路圖形的”邊連通”狀況來探討，包括邊連通數的大小及是否為一最大邊連通或超級邊連通？另一是由網路的”

點連通”狀況來探討，包括點連通數的大小及是否為一最大點連通或超級點連通？

研究目的及方法：

本計畫主要針對兩個圖形的笛卡兒乘積圖形，他的連通性質的研究與實作。兩個圖形 G 和 H 的笛卡兒乘積圖形記為 $G \times H$ ，這種圖形在實際應用上為多層次的網路架構。在網路的可靠度探討領域裡，眾所皆知，如果一個網路（即圖形）具有超級連通性質，則此網路可靠度高且具有最小的失敗率。

至於哪些圖形才具有此種特性？已知的布林- n 立方，規則且超立方的網路都具有此特性。上述兩種網路結構都可以笛卡兒乘積圖形來表示，換句話說，是不是某一類型的笛卡兒乘積圖形會具有此種特性？這是本計畫試圖探討的方向及目的。此特性的建立的建立對笛卡兒乘積圖形的理論架構無疑是一強而有力的支柱。

有鑑於網路之蓬勃發展及網路節點與路徑之設計日趨龐大，找一理想的網路設計圖以達到用最少的花費而仍保有最高的流通量，時有賴於圖形理論的建立與實際路徑之發現。本計畫基於此理念，在多層次網路架構上，試圖以圖論的觀點來探討它的可靠度性質。並以電腦操作、模擬、繪製為輔，實際的把任何兩點間的獨立路徑全部找出來，並歸納出一般性的尋找方法。此方法的建立可提供多層次網路架構一個實質的依循及重要參考。

結果與討論：

1. 以找出具有連通及超級連通的笛卡兒圖形任何兩點間所有獨立路徑（請參閱 Fig.1.）
2. 已證明出任何兩個具罪大失敗率且規則的圖形，它們的笛卡兒乘積圖形具備超級失敗率的特性，除了 $K_2 \times K_m, m \geq 2$ 的圖形例外。

計畫成果自評：甚佳。

參考文獻

- [1] C.S. Yang, J.F. Wang, J.Y. Lee, E.T. Boesch, Graph theoretic reliability analysis for the Boolean n-cube networks, IEEE Trans. Circuits Systems CAS-35 (9) (1988) 1175-1179.
- [2] C.S. Yang, J.F. Wang, J.Y. Lee, E.T. Boesch, The number of spanning trees of the regular networks, Inter. J. Comput. Math. 23 (1988) 185-200.
- [3] L. Lesniak, Results on the edge-connectivity of graphs, Discrete Math. 8 (1974) 351-354.
- [4] L. Volkmann, Edge-connectivity in p-partite graphs, J. Graph Theory 13 (1) (1989) 1-6.
- [5] J.W. Boland, R.D. Ringeisen, On super I-connectivity graphs, Networks 24 (1994) 225-232.
- [6] J. Fabrega, M.A. Fiol, Maximally connected digraphs, J. Graph Theory 13 (1989) 657-668.
- [7] T. Soneoka, H. Nakada, M. Imase, Sufficient conditions for maximally connected dense graphs, Discrete Math. 63 (1987) 53-66.
- [8] M.A. Fiol, The super connectivity of large digraphs and graphs, Discrete Math. 124 (1994) 67-78.
- [9] M.A. Fiol, On super-edge connected digraphs and bipartite digraphs, J. Graph Theory 16 (6) (1992) 545-555.
- [10] W.S. Chiue, B.S. Shieh, On connectivity of the Cartesian product of two graphs, Applied Mathematics and Computation 102 (1999) 129-137.